

第五章 统计推断的原理

- ❖ 1 某校历年招收新生都要测其IQ，历年新生的IQ服从正态分布， $\mu_0 = 110, \sigma_0 = 15$ ，从今年新生的总体中抽取一个 $n=50$ 的样本测验，测得其 $\bar{X} = 115$ ，问今年新生的IQ与往年一样吗？
- ❖ 2 某中学全体初二学生历年来身高的标准差为5.24，现从该校随机抽取28名初二学生，测得学生的平均身高为155cm，若据此对全校初二学生的平均身高作出推断，则全校初二学生的平均身高会处于什么区间？作出这种推断犯错误的可能性有多大？

1

抽样分布的基本原理

2

参数估计的基本原理

3

假设检验的原理

4

单总体平均数差异显著性的Z检验

5

统计决策时的两类错误

第一节

抽样分布的基本原理

❖ 一、抽样分布的含义与类别

❖ 二、正态总体平均数的抽样分布

❖ 三、 Z 统计量的分布

❖ 1. 抽样分布的含义

- ❖ 抽样分布（sample distribution，又称样本分布）一般是指对抽样进行研究后得到的各种可能性在数字特征方面的分布情况的描述。
- ❖ 在统计中，无论对于有限总体还是无限总体，只要所抽取样本中包含的个体数小于总体所含有的个体数，那么可以抽取的样本就不止一个，根据每个样本也都可以计算出一个统计量。这些全部可能的样本统计量的概率分布就叫做抽样分布。

❖ 2. 抽样分布的类别

- ❖ (1) 根据样本统计量的内容来分类。可以把抽样分布分为平均数的抽样分布、方差的抽样分布或其他样本统计量的抽样分布等;
- ❖ (2) 根据样本统计量所具有的不同的样本分布规律而把抽样分布分为Z分布、t分布、F分布和 χ^2 分布等。

❖ 3. 样本统计量与总体参数

- ❖ **(1)** 根据样本数据计算得到的数据量度，称为样本统计量，一般用大写的英文字母来表示。
- ❖ **(2)** 由来自总体中的数据计算得到的数值量度，称为总体参数，通常用希腊字母表示。
- ❖ **(3)** 由于在实际研究中对总体进行研究往往是不可行的，因此总体参数也通常是未知的，这就需要通过样本统计量所提供的有关信息对总体参数进行估计和推断。样本统计量随着抽取样本的不同而变化，是随机变量。

❖ 1. 定理

❖ 从理论上可以证明，若 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本，则样本平均数 \bar{X} 的分布仍然是正态的，其均值为 μ ，其方差为 σ^2/n ，标准差为 σ/\sqrt{n} ，即：

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

❖ 2. 抽样误差

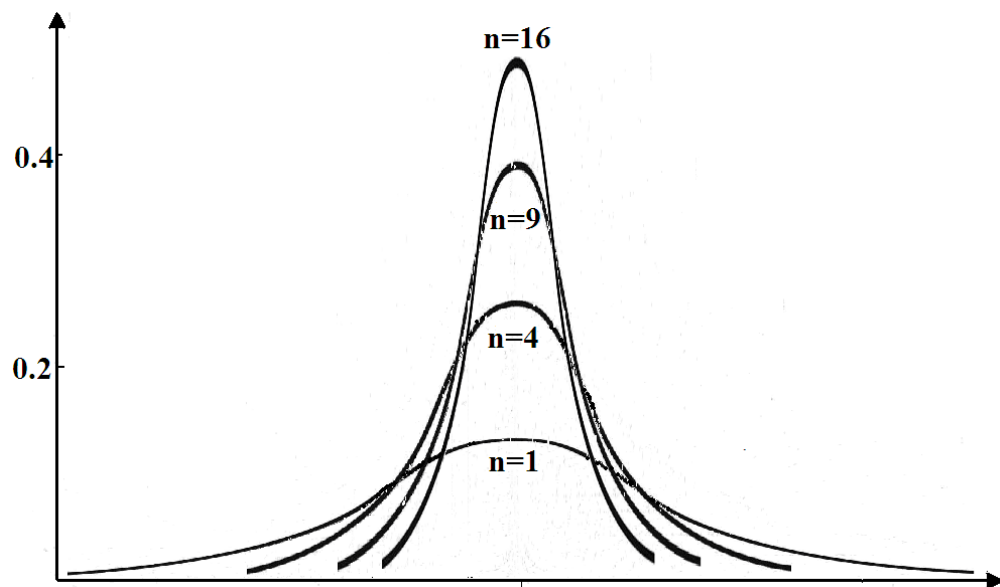
- ❖ 根据每一次抽样的样本计算的统计量不仅与其他抽样样本计算的同一类型的统计量有差异，而且每个样本计算的统计量与总体参数之间通常也会存在一定的差异，这种由抽样本身所造成的差异叫做抽样误差。在统计学中，单个样本统计量的误差大小是很难估计的，但是可以度量全部可能的样本统计量的平均误差。

❖ 3. 样本平均数的平均数与标准差

❖ 样本平均数的平均数 $\bar{X}_{\text{总平均}}$ 等于 μ

❖ 样本平均数的标准误差与总体标准差之间的关系为：

$$SE_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



❖ 1. Z分布的含义

❖ 对于任意一个服从正态分布的随机变量，我们都可以通过线性变换把它变换为标准正态分布。例如，设随机变量

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，只要利用公式 $Z = (x - \mu) / \sigma$ ，所得的随机变量 Z 就服从标准正态分布，即 $Z \sim N(0, 1)$ ，转换后其各项性质均保持不变。标准正态分布也称为 Z 分布。

❖ 2. Z分布的意义

- ❖ 如果样本平均数 \bar{X} 服从正态分布，即 $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ 。
则样本平均数的分数也服从标准正态分布，即

$$Z_{\bar{X}} = \frac{\bar{X} - \mu}{SE_{\bar{X}}} \quad \left(\text{其中 } SE_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

❖ 3. 【例5-1】

- ❖ 某校进行数学测验，全校学生的平均成绩为75分，标准差为10分，二班30名学生的数学测验成绩满足的抽样分布是什么？该班成绩超过78分的概率是多少？

- ❖ 解：因为全校学生的成绩服从正态分布，总体方差已知，样本平均数服从 $N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$
- ❖ 样本平均数的标准误 $SE_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{10}{\sqrt{30}} = 1.82$
- ❖ 所以样本平均数服从均值为10，标准误为1.82的正态分布，即 $N(10, 1.82)$ 。

由于 $Z_{\bar{x}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$ ，所以可以通过上述公式来计算求78以上概率的Z分数值：

$$Z_{\bar{x}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{78 - 75}{1.82} = 1.65$$

- ❖ 查Z值表，当Z=1.65时，大于该值以上的概率为0.0495。
- ❖ 所以该班学生成绩超过78分的概率是0.0495。

❖ 4. 【例5-2】

- ❖ 某重点班25名同学进行智力测验 ($\mu=100$, $\sigma=15$)，问该班学生的智力测验分数超过105分的概率是多少？

❖ 解：智力总体服从正态分布，总体方差已知，样本平均数服从

$$N(\mu, \frac{\sigma^2}{n}) \quad \text{样本平均数的标准误} \quad SE_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{15}{\sqrt{25}} = 3$$

由于 $Z_{\bar{x}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$ ，所以可以通过上述公式来计算该班学生智力测验分数超过105分概率的Z分数值：

$$Z_{\bar{x}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{105 - 100}{3} = 1.67$$

查表当Z=1.67时，大于该值以上的概率约为0.0475。

所以该班学生的分数超过105分的概率约是0.0475。

第二节

参数估计的基本原理

❖ 一、参数估计的意义与类别

❖ 二、区间估计的原理与一般步骤

❖ 统计上，把利用样本统计量的信息估计总体参数的过程，称为参数估计（parameter estimation）。通常把参数估计分为点估计（point estimation）和区间估计（interval estimation）。

❖ （一）点估计

❖ （1）点估计的含义

❖ 点估计就是用样本统计量的单一数值估计未知的总体参数。例如，用样本平均数 \bar{X} 估计总体平均数 μ ；用样本方差 S^2 估计总体方差 σ^2

❖ （2）良好估计量的特点

- ❖ 良好估计量应该是一个无偏估计量，即样本统计量抽样分布的平均数应该和总体参数相等；
- ❖ 良好估计量的分布应该相对集中，也就是方差越小越好；
- ❖ 随着样本容量的增加，良好的估计量应该与被估计的总体参数越来越接近。

（二）区间估计

（1）区间估计是依据样本统计量，根据一定精确度的要求，推断总体参数所在的区间和范围。区间估计以点估计为基础，它用数轴上的一段距离表示总体参数可能落入的范围。

- ❖ （2）在区间估计中，犯错误（即总体参数的真值落在置信区间之外）的概率叫做显著性水平，用符号 α 表示，而 $1-\alpha$ 是置信度或置信水平。统计分析中置信水平 $1-\alpha$ 一般取0.95或0.99，相应地犯错误的概率分别为0.05和0.01。

- ❖ (1) 要找到被估计总体参数的一个好的点估计量。例如，对于总体平均数 μ ，样本平均数 \bar{X} 是一个无偏、一致的估计量。
- ❖ (2) 研究点估计量的抽样分布，并在此基础上，构造一个新的统计量。这个新统计量要能够将点估计量和待估总体参数联系起来，故而又称作枢轴量。例如，根据抽样分布的原理，正态总体平均数 μ 的点估计量 $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma_0^2}{n})$ ；通过对点估计量进行标准化，得到一个新统计量 $Z_{\bar{x}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_0 / \sqrt{n}}$ 统计量可以作为枢轴量。

- ❖ (3) 通过研究所构造的枢轴统计量的分布规律，确定其理论上“应该的”取值范围。 Z 统计量服从标准正态分布 $N(0,1)$ ，对于给定的置信水平 $1-\alpha$ ， Z 统计量的取值范围应该在 $[Z_{1-\alpha/2}, Z_{\alpha/2}]$ 内。
- ❖ (4) 令枢轴量落在根据置信水平确定的其应在的区间之内，建立相应的不等式。当置信水平为 $1-\alpha$ 时，可建立不等式

$$-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}$$
反解不等式，能容易地得到总体平均数 应在的区间 μ
即为总体平均数估计值的表达式：
$$\left[\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \right]$$

$$\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \leq \mu_0 \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$$

❖ 【例5-3】

- ❖ 某中学全体初二学生历年来身高的标准差为5.24，现从该校随机抽取28名初二学生，测得学生的平均身高为155cm，试估计该校全体初二学生平均身高0.95和0.99的置信区间。

❖ 解题

❖ (1) 根据显著性水平 α (或置信区间 $1-\alpha$) 查Z分布表求相应的Z值。在本例中, 当置信区间是0.95时, $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ 查Z分布表, 对应于单侧面积P为0.025的Z值是1.96。

❖ (2) 根据公式 $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$, 建立总体平均数 μ 的显著性水平在 $\alpha=0.05$ 时的估计区间不等式为: $\bar{X} - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

❖ (3) 将有关数据带入上式求解:

$$155 - 1.96 \frac{5.24}{\sqrt{28}} < \mu < 155 + 1.96 \frac{5.24}{\sqrt{28}}$$

$$153.06 < \mu < 156.94$$

第三节

假设检验的原理

- ❖ 一、统计假设检验的基本思想
- ❖ 二、差异显著性检验的原理
- ❖ 三、假设检验的两种方法
- ❖ 四、假设检验的步骤

❖ （一）两种误差

- ❖ （1）系统误差又叫做规律误差。它是在一定的测量条件下，对同一个对象进行多次重复测量时，误差值的大小和符号（正值或负值）保持不变，或者在条件变化时，按一定规律变化的误差。
- ❖ （2）在相同条件下，对同一对象进行多次测量，由于各种偶然因素（比如随机抽样），会出现测量值时而偏大，时而偏小的误差现象，这种类型的误差叫做偶然误差，其中由随机抽样方法本身引起的差异称为抽样误差，它代表的是样本统计量与被推断的总体参数之差。

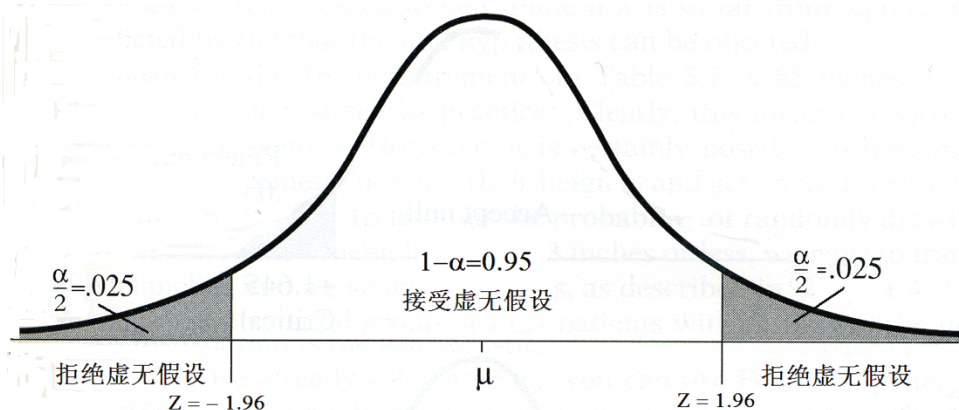
❖ (二) 两种假设

- ❖ (1) 在进行任何一项研究时，我们都需要根据已有的理论和经验事先对研究结果作出一种预想的希望证实的假设，这种假设叫科学假设，用统计学术语表示时叫研究假设，记作 H_1 。
- ❖ (2) 在实际研究中，由于常常不能对 H_1 的真实性进行直接检验，而是需要检验它的对立形式，即检验虚无假设。虚无假设也叫无差假设、零假设、原假设，记作 H_0 。
- ❖ (3) 在假设检验中， H_0 总是作为直接被检验的假设，而 H_1 与 H_0 对立，二者择一，因而 H_1 又叫做对立假设或备择假设。

❖ （三）统计检验假设的逻辑

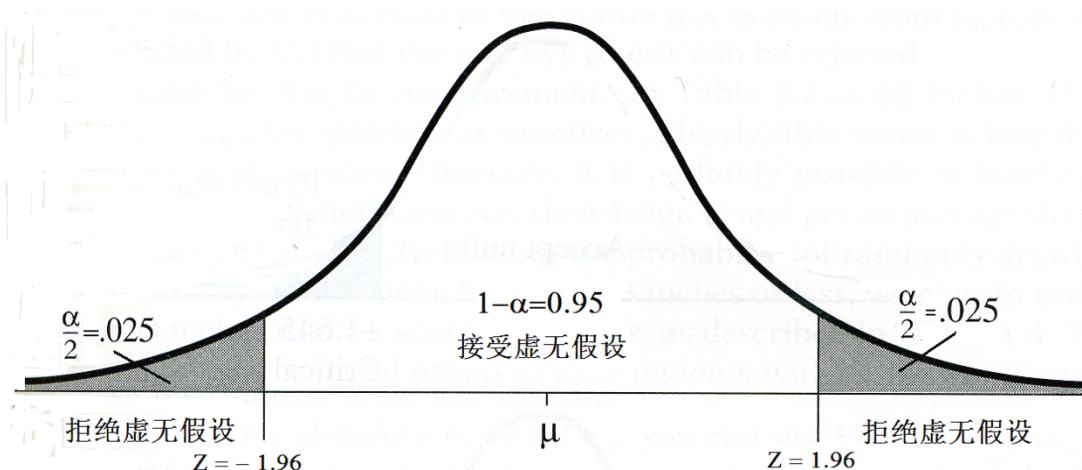
- ❖ 统计假设检验的基本思想是带有概率值保证的反证法。也就是说，我们想要证实研究假设，但并不是从研究假设出发进行验证，而是建立与它对立的虚无假设，并假定虚无假设为真。在虚无假设为真的前提下，通过收集实际信息并依据正确逻辑推理和数学上的计算与分析，看实际获得的资料所导致的结果是否与虚无假设成立时应出现的结果发生矛盾。如果出现了矛盾则表明原先的假设是错误的，应该给予否定，从而接受研究假设。如果没有出现矛盾，则表明没有充分理论否定虚无假设。

❖ 从总体中随机抽取一个样本，其统计量与总体参数间总不会完全相等。如果在一次随机抽样的样本中，其统计量和总体参数间的差值较大，且达到一定显著性水平所对应的误差限度值（临界值）时，我们就说小概率事件发生，这种情况叫做差异显著，应拒绝虚无假设，间接接受研究假设。反之，若所得到的差异未达到规定限度，则不能排除差异是由抽样误差照成的可能性，这时称差异不显著或无显著性差异，应接受虚无假设。



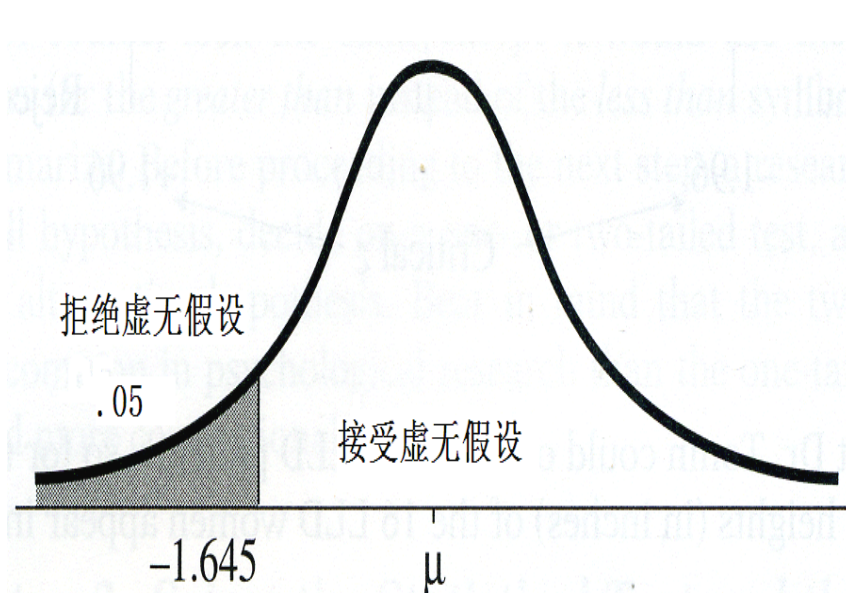
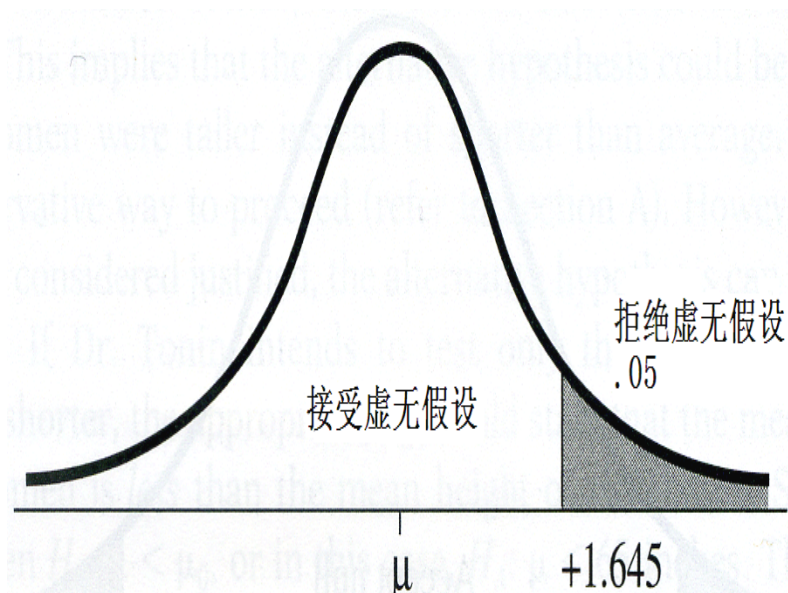
❖ 1. 双侧检验

- ❖ 如果关心的是 μ 与 μ_0 的差异，并不关心 μ 比 μ_0 大还是小，这时在 μ_0 两侧都需要一个临界点，临界点以外的区域为 H_0 的拒绝区域。这种强调差异而不强调方向性的检验方法叫做双侧检验方法。



❖ 2. 单侧检验

❖ 如果关心的是 μ 比 μ_0 大还是小，则区域 α 集中于 μ_0 的一端。这种强调某一方向的检验方法叫做单侧检验方法。



❖ 3.两种检验的区别

	目的	假设	危机域	临界值	灵敏度
双侧	有无差异	$H_0: \mu \leq \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$	两块	两个	高
单侧	大于或小于	$H_0: \mu = \mu_0 \quad H_0: \mu \geq \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0 \quad H_1: \mu < \mu_0$	一块	一个	低

❖ (一) 建立假设

❖ 双侧检验为: $H_0: \mu = \mu_0$;
 $H_1: \mu \neq \mu_0$

❖ 单侧检验为 $H_0: \mu \leq \mu_0$ 或 $H_0: \mu \geq \mu_0$
 $H_1: \mu > \mu_0$ $H_1: \mu < \mu_0$

❖ (二) 选择和计算检验统计量

❖ 常用的抽样分布主要有Z分布、t分布、 χ^2 分布和F分布等，因此，对应的假设检验方法也分别有Z检验、t检验、 χ^2 检验和F检验。

❖ （三）查表决定临界值

- ❖ 首先规定显著性水平 α ，然后根据 α 查相应的分布表来确定临界值，从而确定出 H_0 的拒绝区间或接受区间。

❖ （四）作出统计决策

- ❖ 比较临界值和统计量值，若统计量值落在拒绝 H_0 区间中，则拒绝 H_0 ，即推论差异达到显著性水平或差异有统计意义；若统计量值落在接受 H_0 区间中，则接受 H_0 ，即推论差异不显著或差异没有统计意义。

第四节

单总体平均数差异显著性的Z检验

- ❖ 一、单总体平均数差异显著性检验的含义
- ❖ 二、单总体平均数差异显著性的 Z 检验
- ❖ 三、总体平均数区间估计与单总体平均数差异的 Z 检验的异同

- ❖ 单总体均值的显著性检验是指对样本平均数 \bar{X} 与某一已知总体平均数 μ_0 的差异进行的显著性检验。检验的目的就是要确定样本平均数与已知总体平均数之间的差异是由随机抽样误差造成的，或者样本是否来自已知总体。

❖ 1. 【例5-4】

- ❖ 某校历年招收新生都要测其IQ，历年新生的IQ服从正态分布 $\mu_0 = 110, \sigma_0 = 15$ ，从今年新生的总体中抽取一个 $n=20$ 的样本测验，测得其 $\bar{X} = 115$ ，问今年新生的IQ与往年一样吗？（ $\alpha = 0.05$ ）

❖ 解题

❖ (1) 建立统计假设

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

❖ (2) 利用公式 $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{SE_{\bar{X}}}$ ($SE_{\bar{X}} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$) 计算检验统计量

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}} = \frac{115 - 110}{15 / \sqrt{25}} = 1.67$$

❖ (3) 查表决定临界值：当 $\alpha = 0.05$ 时，查正态分布表可知
 $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ 是是否发生小概率事件的误差限度值（临界值）。

❖ (4) 将检验统计量与临界值比较做出决策：由于
 $Z = 1.67 < Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ ，没有超出误差限度，落在 $Z = 1.96$ 和
 $Z = -1.96$ 中间，表明小概率事件没有发生，因此没有理由拒
 绝虚无假设，即接受两者无判别的虚无假设。

❖ 2. 【例5-5】

- ❖ 某市统一考试的语文成绩服从正态分布，全市考生的平均成绩为 $\mu_0=83$ 分， $\sigma_0=8$ 分，从某校随机抽取25名学生的考试成绩，算出其 $\bar{X}=86$ 分，问该校成绩与全市考生的平均成绩差异是否显著？（ $\alpha=0.05$ ）

❖ 解题：因为学生成绩服从正态分布，而且总体标准差已知，所以可用**Z**检验。

❖ （1）建立统计假设 $H_0 : \mu = \mu_0$
 $H_1 : \mu \neq \mu_0$

❖ （2）计算检验统计量：由于总体方差已知，样本来自于正态总体，故 $\bar{X} \sim N(\mu_0, \frac{\sigma^2}{n})$ ，则有抽样分布可知，检验统计量为：

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}} = \frac{86.5 - 83}{8 / \sqrt{25}} = 2.19$$

- ❖ (3) 查表决定临界值：当 $\alpha = 0.05$ 时，查正态分布表可知
$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$
- ❖ (4) 做出决策：由于 $Z = 2.19 > Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ ，即拒绝虚无假设。
- ❖ 答：该校的学生考试成绩与全市的平均成绩之间有显著性差异，即可以推论差异不是由于偶然因素造成。

- ❖ 区间估计是依据样本统计量，根据一定精确度的要求，推断总体参数所在的区间和范围，而假设检验的目的则是要判断测得的样本统计量与总体参数之间的差异是由偶然误差（随机抽样）引起的，还是由系统误差（实验条件变化）引起的。

❖ 对于已知总体方差的平均数的区间估计和单总体平均数的假设检验来说，它们之间的共同点是服从同样的抽样分布，因此可以用同样的Z统计量进行计算。例如，从正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 中抽取样本，样本平均数 \bar{X} 的分布为 $N(\mu, \sigma^2/n)$ 。由于两者都服从这一抽样分布，所以，都可以根据同一公式 $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ 来计算Z统计量，并根据Z统计量的分布规律，在“小概率事件在一次抽样中一般不会发生”的概率统计思想指导下，或者对总体平均数进行区间估计，或者对单总体平均数差异情况进行Z检验。

❖ 两者之间的不同点在于，由于已知条件不一样，因而所要解决的任务也不同。区间估计的已知条件是：总体标准差，样本平均数和样本容量，在不知道总体平均数的情况下，希望通过公式

$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ 能对这一总体参数可能会在什么范围之间进行推测。

对单总体平均数进行Z检验时，已知条件除了区间估计中已知的条件即总体标准差、样本平均数和样本容量之外，还知道总体参数，检验的目的是希望通过公式 $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ 所计算得到的Z值与预先设定的显著性水平即临界值相比较后，对样本平均数与总体平均数之间的差异是否存在统计学意义上的显著性作出判断。

第五节

统计决策时的两类错误

❖ 一、两类错误

❖ 二、两类错误的关系

❖ 三、统计决策中“接受 H_0 ”的含义

❖ 1、 α 型错误

- ❖ 由于虚无假设本来正确，而统计量却落在了拒绝区域，我们依此拒绝了虚无假设，得出了错误的结论，称这种错误为第一类错误或“弃真”错误。而拒绝区域的面积（概率）为 α ，所以当虚无假设正确时而拒绝虚无假设所犯的第一类错误的概率正是显著性水平 α 。第一类错误又叫 α 型错误。

❖ 2、 β 型错误

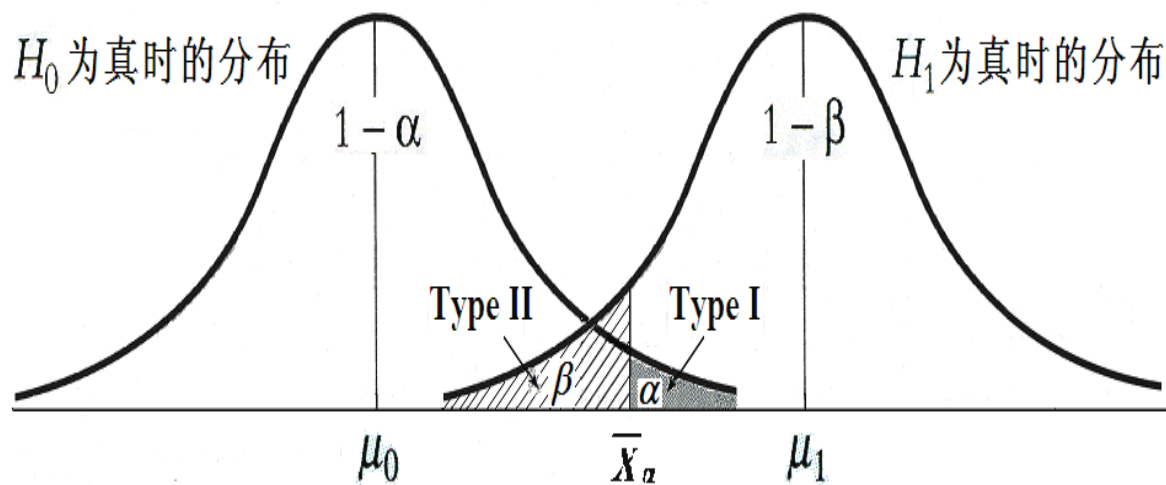
- ❖ 当计算得到 $|Z| \leq Z_{\frac{\alpha}{2}}$ 时，我们接受了虚无假设，这时也有可能犯错误，因为若实际情况不应当接受虚无假设，而此时却接受了，把这种错误称为第二类错误或“纳伪”错误，这类错误的概率以 β 表示，因而又叫 β 型错误。

❖ 3、假设检验的各种可能结果

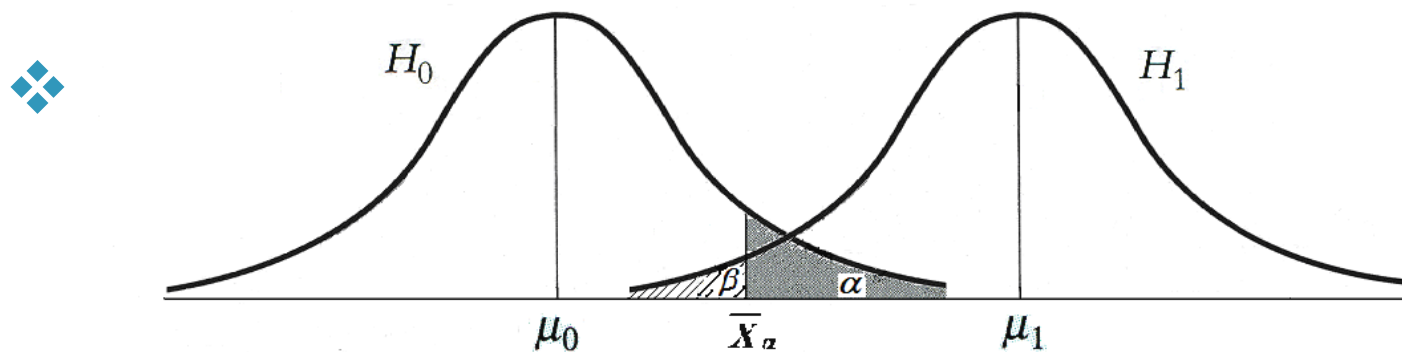
	接受 H_0	拒绝 H_0
H_0 为真	正确决策, 概率= $1-\alpha$ =置信度	第一类错误, 概率= α =检验水平
H_0 为假	第二类错误, 概率= β	正确决策, 概率= $1-\beta$ =统计检验力

❖ 1、 α 和 β 是在两个前提下的概率

- ❖ α 型错误是指在虚无假设 H_0 为真时，拒绝 H_0 所犯错误的概率；
 β 型错误是指在虚无假设 H_0 为假时，接受 H_0 所犯错误的概率。由于两类错误的前提不一样，所以 $\alpha + \beta$ 不一定等于1。

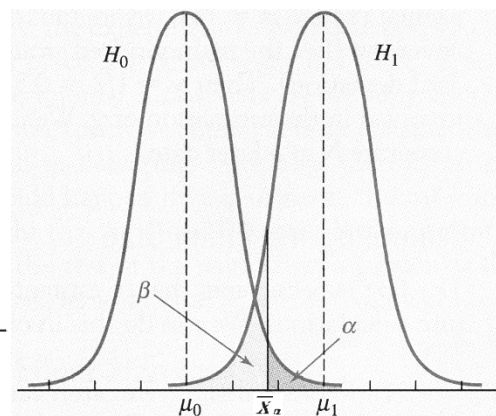
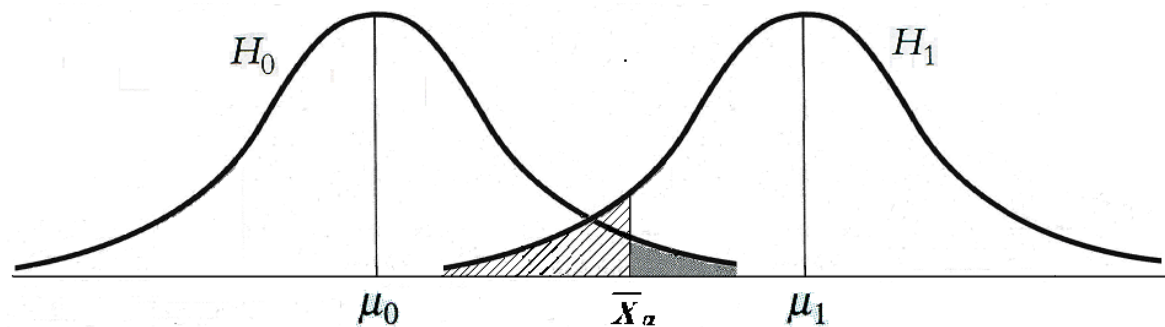


- ❖ 2、在其它条件不变的情况下， α 和 β 不可能同时增大或减小。
- ❖ 由图中以 \bar{X}_α 为分界线所示右边显示 α 的阴影部分的面积可知， \bar{X}_α 离 μ_0 的距离更远时可能犯 α 型的错误比 \bar{X}_α 离 μ_0 的距离更近时有更小的概率，但同时犯 β 型错误的概率也增大。



❖ 3、减小 β 型错误的条件

- ❖ (1) 对于固定的 n ， α 越小， β 就越大。
- ❖ (2) β 的大小与真假值之间的距离（即 μ_0 与 μ_1 的距离）成反比。距离越远越容易拒绝虚无假设，这时是犯第一类错误，从而减小了第二类错误的概率。
- ❖ (3) 要想同时减小 α 和 β ，一个方法就是增大样本容量 n 。



$$H_0$$

- ❖ 统计学中的假设检验，通常关注的是如何运用小概率事件的原理去拒绝或证伪 H_0 ，因而为拒绝 H_0 设立了较严格的标准。但需要指出的是，接受 H_0 并不等于 H_0 被证实了，只是说根据现有的资料，尚无足够的把握推论 H_0 不成立，只能暂时承认差异不显著的事实。
- ❖ 另外需指出的是，接受 H_0 ，也可能犯错误，而犯错误的概率 β 通常是不知道的，如果把“接受 H_0 ”当成是“ H_0 被证实了”，推论两总体的平均数是相等的或者是无差异的，则是在缺乏概率证据的前提下进行的推论，显然是不正确的。

- ❖ 1. 总体参数在很多时候是未知的，需要对其进行估计。利用样本统计量估计总体参数的过程叫做参数估计，参数估计是推断统计的核心内容之一。
- ❖ 2. 估计总体参数的方法有两种：点估计和区间估计。点估计就是用样本统计量的单一数值估计未知的总体参数。区间估计是根据点估计量及其抽样分布的规律，根据一定精确度的要求，推断总体参数所在的区间和范围。区间估计以点估计为基础，它用数轴上的一段距离表示总体参数可能落入的范围。

- ❖ 3. 大多数总体参数的区间估计步骤包括：确定点估计量；构造出包含估计量和总体参数的枢轴统计量，并明确其分布；根据枢轴统计量的分布规律和给定的估计精度（置信水平），通过查统计表确定枢轴统计量“应该的”取值范围；通过反解不等式，得出特定置信水平下总体参数取值应在的区间。

- ❖ 4. 假设检验的目的就是要判断测得的样本统计量与总体参数之间的差异是由偶然误差（随机抽样）引起的，还是由系统误差（实验条件变化）引起的。它是根据原资料作出一个总体指标是否等于某一数值，某一随机变量是否服从某种概率分布的假设，然后利用样本资料采用一定的统计方法计算出有关检验的统计量，依据一定的概率原则，以较小的风险来判断估计数值与总体数值(或者估计分布与实际分布)是否存在显著差异，是否应当接受原假设选择的一种检验方法。统计假设检验的思想是“带有概率值保证的反证法”。

- ❖ 1 统计假设检验的思想是什么？
- ❖ 2 统计假设检验的步骤如何？
- ❖ 3 统计假设检验的决策原理是什么？
- ❖ 4 什么是统计推断中的两类错误？如何控制？
- ❖ 5 统计推断的可靠性主要受哪些因素的影响？
- ❖ 6 在某重点中学对重点班45名学生进行比内智力测验，结果 $\bar{X} = 108$ 。已知比内测验的常模 $\mu_0 = 100$, $\sigma_0 = 16$ 。能否认为该重点中学重点班的学生们的智力水平确实高于常模水平？
- ❖ 7 某中学全体初二学生历年来瑞文推理能力测验得到的标准差为5.24，现从该校随机抽取28名初二学生，得到学生的测验得分平均分为79分，试估计该校全体初二学生平均得分0.95和0.99的置信区间。

谢谢！