第十一章　　卡方检验

对于定类数据的检验方法，不能用前面介绍的方法，而要用卡方检验法。

前些章节对于计数资料的分析方法，是将一个因素作两项分类或两个因素各作两项分类的资料，转换成相对比例之后，进行比例的显著性或比例差异的显著性检验。而这些方法对于多项分类的资料则不适用，而要用卡方检验法。本章主要介绍：拟(配)合度检验法和独立性检验法。

11.1 拟合度检验: 多项分布

1、几个概念

•多项总体(**Multinominal population**):有几个类别中,每个个体被分配到一个类别中. 多项总体涉及到多项概率分布,它将二项分布由两个类别推广到了**3**个以上的类别.

•拟合度检验(**Goodness of fit test**):一种用于判断是否拒绝总体服从假设的概率分布的统计检验方法.

拟合度检验的一般问题

•统计假设

•自由度的确定

•理论次数的计算

例11.1 某市场调查公司进行的市场份额研究。

某类型的产品主要由三家公司生产。以往，A公司的市场份额稳定于30%，B公司为50%，C公司为20%。过去的一年中，C公司研发并投放了一种新产品，并已取代其原有产品。某调查公司受雇于公司C，协助其判断新产品是否改变了市场份额?

调查公司从潜在的顾客群体中随机选取了200名顾客进行调查，向每个人询问他们对于A、B、C等3个公司产品的购买偏好。汇总如下：

观察频数

公司A	公司B	公司C	总计	
48	98	54	200	

H_0:P_A=0.30, P_B=0.50, P_C=0.20

H_1:总体比例不是P_A=0.30, P_B=0.50, P_C=0.20

期望频数

公司A	公司B	公司C	总计
200x0.30=60	200x0.50=100	200x0.20=40	200

拟合优度检验重点考察观察频数（实际频数）与期望频数（理论频数）之差。它越大，则我们对假设的比率或市场份额的正确性就越怀疑。

拟合优度的检验统计量：

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(f_{oi} - f_{ei}\right)^2}{f_{ei}} \sim \chi^2_{(k-1)}$$

其中：f_{oi}表示类别i的观察频数;

f_{ei}表示H_0为真时,类别i的期望频数;

k为分类数;

要求：期望频数f_{ei}均≥ 5.

卡方检验统计量的计算过程

类别	假设比例	观察频数	期望频数	差	差的平方	差的平方与期望频数相除
A	0.30	48	60	-12	144	2.4
B	0.5	98	100	-2	4	0.04
C	0.2	54	40	14	196	4.9
总计		200				7.34

$\alpha = 0.05,\ \ \chi^2_{0.05(k-1)} = \chi^2_{0.05(2)} = 5.99,$

$\chi^2 = 7.34 > \chi^2_{0.05(2)},$

所以,拒绝H_0,认为公司C投放新产品改变了其市场份额。

多项总体的拟合度检验的步骤:

1、建立零假设和备则假设

H_0：总体服从其中所有k类中都有指定概率的多项概率分布；

H_1：总体不服从其中所有k类中都有指定概率的多项概率分布

2、选择随机样本，记录每个种类的观察频数f_i

3、假定H_0为真时，用样本容量乘以类别概率得到每个类别的期望频数

4、计算检验统计量的值：

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(f_{oi} - f_{ei}\right)^2}{f_{ei}} \sim \chi^2{}_{(k-1)}$$

5、拒绝法则：如果$\chi^2 > \chi^2_{\alpha(k-1)}$,则拒绝$H_0$

2、拟合度检验的应用举例

拟合度检验可以应用到下列几种场合：

（**1**）检验无差假设

假设各类别之间的概率相等，因此，理论次数＝总数**×(1/**分类项数**)**

（**2**）检验假设分布的概率

假设某因素各分类的次数分布为某一理论分布（如正态分布），检验实际次数与理论上期望的结果之间是否有显著差异。

（**3**）连续变量分布的拟合度检验

对于连续随机变量的一组测量数据，有时需要对其次数分布究竟符合哪种理论次数的分布进行探讨，这时，就要用到拟合度检验。

（**4**）比例或百分数的拟合度检验

如果收集到的次数资料已经转成百分数，这时拟合度检验的方法与上述几种情况基本相同，只是最后将计算的卡方值乘以**N/100**后再查卡方表。

例11.2 某项民意测验，答案有同意、不置可否和不同意三种，调查结果如下表：

	同意	不置可否	不同意	N
f_i	24	12	12	48

问：三种意见的人数是否有显著不同？

解:该题为检验无差假设,

H_0:各分类的概率相等

分类数是3,各类别概率皆为1/3,所以,理论次数$e_i = 48 \times \frac{1}{3} = 16$,

$$\chi^2 = \frac{(24-16)^2}{16} + \frac{(12-16)^2}{16} + \frac{(12-16)^2}{16} = 6,$$

$df = 3 - 1 = 2$,查表$\chi^2_{0.05(2)}$=5.99， $\chi^2 > \chi^2_{0.05}$, $p < 0.05$,

所以，推翻原假设,即此项民意测验的态度有显著差异。

例11.3 某班学生50人,体检结果按一定标准划分为甲、乙、丙三类，各类人数分别为：甲类16人，乙类24人，丙类10人，问该班学生的身体健康状况是否符合正态分布?

解 : H_0 : 该班学生的身体状况符合正态分布

理论次数按正态分布计算。在正态分布中可以认为 $\pm 3\sigma$ 包括了全体数据,且各类别所占的横坐标应该相同，即 $6\sigma \div 3 = 2\sigma$。

故各类人数应占的比例为：

甲类: 3σ—1σ 之间,曲线下的面积应为：$0.50 - 0.3413 = 0.1587$，

乙类: 1σ— -1σ 之间，曲线下的面积应为: $0.3413 \times 2 = 0.6826$

丙类: -1σ — -3σ 之间,曲线下的面积应为: $0.50 - 0.3413 = 0.1587$。

各类别的理论次数为:

$e_{甲} = 0.1587 \times 50 = 8$, $e_{乙} = 0.6826 \times 50 = 34$, $e_{丙} = 0.1587 \times 50 = 8$，

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{3} \frac{(f_{oi} - f_{ei})^2}{f_{ei}} = \frac{(16-8)^2}{8} + \frac{(24-34)^2}{34} + \frac{(10-8)^2}{8} = 11.44,$$

$df = 3 - 1 = 2$, 查表 $\chi^2_{0.005} = 10.6$，

$\chi^2 > \chi^2_{0.005}$，$p < 0.005$, 推翻 H_0， 该班学生的身体健康状况不符合正态分布。

例11.4 下表所列资料是552名中学生的身高次数分布，问这些学生的身高分布是否符合正态分布。

身高分组	组中值 X_c	实际次数f_i	$Xc-\bar{X}=x$	$Z=x/S$	查正态分布表求y	$P_i=y\times$(组距)$\div S$	$f_{ei}=P\times N$	$\frac{(f_{oi}-f_{ei})^2}{f_{ei}}$
169-	170	2	15.38	3.03	0.0040	0.00237	1	
166-	167	7	12.38	2.44	0.0020	0.01201	7	0.125
163-	164	22	9.38	1.85	0.0720	0.04260	24	0.167
160-	161	57	6.38	1.26	0.1840	0.10888	60	0.150
157-	158	110	3.38	0.67	0.3187	0.18858	104	0.471
154-	155	124	0.38	0.07	0.3979	0.23544	130	0.277
151-	152	112	-2.62	-0.52	0.3484	0.20615	114	0.035
148-	149	80	-5.62	-1.11	0.2154	0.12746	70	1.429
145-	146	25	-8.62	-1.70	0.0940	0.05562	31	1.161
142-	143	8	-11.62	-2.29	0.0289	0.01710	9	0.090
139-	140	4	-14.62	-2.88	0.0067	0.00396	2	
$N=552$, $\bar{X}=154.62$, $S=5.07$					$\chi^2=3.905$			

解：计算理论次数的步骤：

(1) 求各组组中值X_c与平均数$\overline{X}$的离差x，即$x = X_c - \overline{X}$;

(2) 求各离差的标准分数$Z = \frac{x}{S} = \frac{X_c - \overline{X}}{S}$;

(3) 根据各Z分数查正态分布表求相应的y_i值；

(4)求 各分组的概率$p_i = y_i \times \frac{组距}{S}$;

(5) 求各组的理论次数$f_{ei} = p_i \times N$

由于第一组和最后一组的理论次数<5，所以第一、二组合并，最后一组和前一组合并，总组数为9。

$\chi^2 = \sum_{i=1}^{9} \frac{(f_{oi} - f_{ei})^2}{f_{ei}} = 3.905$，在计算理论次数的过程中共用到平均数，标准差和总数三个统计量，故本题的自由度为$df = 9 - 3 = 6$，

查卡方分布表，$\chi^2_{0.05}(6) = 12.6$，

$\chi^2 > \chi^2_{0.05}$，$p > 0.05$，故差异不显著，即552名中学生的身高分布符合正态分布。

例11.5 有一项调查，分为5项：非常同意(A), 同意(B), 不置可否(C)，反对(D), 非常反对(E), 共调查500人，其结果见下表，问各种态度有无不同？

项目	A	B	C	D	E	合计
观察次数f_i	120	100	40	60	180	500
百分数	24	20	8	12	36	100

解：该题属于无差假设，H_0：5种态度无显著差异。

解法一、用百分数计算

	A	B	C	D	E
f_i	24	20	8	12	36
e_i	20	20	20	20	20

$$\chi_p^{\ 2} = \frac{4^2}{20} + \frac{0^2}{20} + \frac{12^2}{20} + \frac{8^2}{20} + \frac{16^2}{20} = 24,$$

$$\chi^2 \times \frac{N}{100} = 24 \times \frac{500}{100} = 120$$

解法二、用观察次数计算

	A	B	C	D	E
f_i	120	100	40	60	180
e_i	100	100	100	100	100

$$\chi^2=\frac{20^2}{100}+\frac{0^2}{100}+\frac{60^2}{100}+\frac{80^2}{100}=120$$

两种算法的χ^2值相同, $df=5-1=4$, 查表$\chi^2_{0.005}$=14.9,

故$\chi^2>\chi^2_{0.005}$, $p<0.005$, 所以5种态度的人数或5种态度的百分数有十分显著差异。

11.2 独立性检验: 列联表

列联表（Contingency table）是由两个以上的变量进行交叉分类的频数分布表。横向变量的划分类别数为R, 纵向变量的划分类别数为C, 称R×C列联表，如2×4列联表，2×2列联表，3×4列联表。

例11.6 某企业生产三种类型的啤酒:淡啤酒、普通啤酒、黑啤酒。在一次对三种啤酒市场份额的分析中，公司市场研究小组提出了男女饮酒者对于三种啤酒的偏好是否有差异的问题。

如果有差异，则会影响其广告策略不同。

独立性检验重点讨论：

啤酒的偏好（淡、普通、黑）是否与饮酒者性别（男、女）独立：

H_0:啤酒偏好与饮酒者性别独立

H_1:啤酒偏好与饮酒者性别相关

啤酒偏好与饮酒者性别列联表

	淡啤酒	普通啤酒	黑啤酒
男	cell(1,1)	cell(1,2)	cell(1,3)
女	cell(2,1)	cell(,2)	cell(2,3)

假定已经抽取了150名饮酒者组成一个随机样本。品尝每种啤酒之后，让样本中每人陈述其偏好或第一选择。汇总如下表：

	淡啤酒	普通啤酒	黑啤酒	合计	
男	20	40	20	80	RT1
女	30	30	10	70	RT2
合计	50	70	30	150	
	CT1	CT2	CT3		

若H_0成立，则男、女都应有相同的分布。

$$e_{ij}=\frac{第i行之和\times第j列之和}{样本容量}=\frac{RT_i\times CT_j}{n}$$

独立假设条件下的期望频数为：

	淡	普通	黑	合计
男	26.67	37.3	16.00	80
女	23.33	32.7	14	70
合计	50	70	30	150

独立性检验统计量:

$$\chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{\left(f_{oij} - f_{eij}\right)^2}{f_{eij}},$$

f_{oij}表示列联表中第i行第j列单元的观察频数,

f_{eij}表示列联表中第i行第j列单元的期望频数,

自由度$df = (R-1)(C-1)$,

要求所有$f_{eij} \geq 5$

$\chi^2 = 6.13,\ \mathrm{df} = (2-1)(3-1) = 2, \alpha = 0.05,$

$\chi^2_{0.05(2)} = 5.99,$

$\chi^2 > \chi^2_{0.05}(2), p < 0.05,$拒绝零假设.

得出啤酒偏好与饮酒者性别相关的结论.

计算χ^2的几个公式：

$$(1)\ \chi^2 = \sum\sum \frac{\left(f_{oij} - f_{eij}\right)^2}{f_{eij}}$$

$$(2)\ \chi^2 = \sum\sum \frac{f_{oij}^{\ 2}}{f_{eij}} - n$$

$$\boxed{(3)\ \chi^2 = n\left(\sum\sum \frac{f_{oij}^{\ 2}}{RT_i \times CT_j} - 1\right)}$$

四格表(2×2)独立性检验

1、独立样本四格表χ^2 检验

该检验相当于独立样本比例差异的显著性检验。

因素X

因素Y		分类1	分类2	
	分类1	A	B	A+B
	分类2	C	D	C+D
		A+C	B+D	n

$$\chi^2 = \frac{n(AD-BC)^2}{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)} \sim \chi^2(1)$$

例11.7 随机抽取90人，按男女不同性别分类，将学生成绩分为中等以上及中等以下两类，结果见下表。问性别与学习成绩是否有关联？或男女生在学业中等以上的比例差异是否显著？

		学业水平		
		中等以上	中等以下	
性别	男	23（A）	17（B）	40（A+B）
	女	28（C）	22（D）	50（C+D）
		51（A+C）	39（B+D）	90（n）

$$\chi^2 = \frac{90\times(23\times22-17\times28)^2}{40\times50\times51\times39} = 0.02036$$

$$\chi^2_{0.05(1)} = 3.84,$$

$\chi^2 < \chi^2_{0.05(1)}$，所以，性别与学习成绩无关联。

两个比例差异的显著性检验：

学习成绩中等以上的比例

$$\hat{P}_{男} = \frac{23}{40} = 0.575, \hat{P}_{女} = \frac{28}{50} = 0.56,$$

$$\hat{q}_{男} = 1 - 0.575 = 0.425, \hat{q}_{女} = 1 - 0.56 = 0.44,$$

$$n_{男}\hat{P}_{男}, n_{男}\hat{q}_{男}, n_{女}\hat{P}_{女}, n_{女}\hat{q}_{女} \geq 5,$$

$$Z = \frac{0.575 - 0.56}{\sqrt{\frac{(23+28)(17+22)}{40 \times 50 \times (40+50)}}} = 0.1427,$$

$$Z_{\frac{0.05}{2}} = 1.96,$$

$Z < Z_{\frac{0.05}{2}}$，所以，男女生在学业中等以上的比例没有显著差异。

2、相关样本的四格表χ^2检验

这里所谓的相关样本，指同一组被试在前后两次实验或调查中的两个项目相同，这时两次结果则相互影响，不独立。这样的四格表成为相关的四格表。

		测验一		
		分类1	分类2	
测验二	分类2	A	B	A+B
	分类1	C	D	C+D
		A+C	B+D	n

$$Z = \frac{A - D}{\sqrt{A + D}},$$

$$\chi^2 = Z^2 = \frac{(A - D)^2}{A + D} \sim \chi^2_{(1)}$$

A,D是两次测验中不一致的次数

例11.8 对100名学生先后测验两次，结果见下表。

		测验一		
测验二		错	对	
	对	5 (A)	55 (B)	60
	错	25 (C)	15 (D)	40
		30	70	100

问测验一与测验二有无关联？

$$\chi^2 = \frac{(5-15)^2}{5+15} = 5,\ \chi^2_{0.05}(1) = 3.84,$$

$\chi^2 > \chi^2_{0.05}(1)$, 所以，测验一与测验二有关联。

3、理论次数小于5时，四格表χ^2的校正

当四格表任一理论次数小于5时，就要用校正公式。

独立样本的四格表校正公式：

$$\chi^2=\frac{n\left(\left|AD-BC\right|-\frac{n}{2}\right)^2}{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)};$$

相关样本的四格表校正公式：

$$\chi^2=\frac{\left(\left|A-D\right|-1\right)^2}{A+D}$$

11.3 列联表中的相关测量

11.3.1 四分相关(tetrachoric Correlation)

1、适用资料

四格表的二因素都是连续的正态变量，只是人为地将其按一定标准划分为两个不同的类别。这样，可将资料整理成四格表的形式。

		A因素		
		A	非A	
B因素	B	a	b	a+b
	非B	c	d	c+d
		a+c	b+d	

2、四分相关的计算公式

$$r_t = \cos\left(\frac{180^\circ}{1+\sqrt{\frac{ad}{bc}}}\right) \text{或} \ r_t = \cos\left(\frac{\sqrt{bc}}{\sqrt{ad}+\sqrt{bc}}\pi\right)$$

3、四分相关的显著性检验

$Z = \dfrac{r_t}{\dfrac{1}{y_1 y_2} \cdot \sqrt{\dfrac{p_1 q_1 p_2 q_2}{n}}}$，其中，$y_1$、$y_2$是根据$p_1$、$p_2$查正态表所得到的纵线高度。

若$Z > Z_{\alpha/2}$为相关显著。

11.3.2 φ相关系数(phi coefficient)

1、适用资料

φ相关的适用资料是除四分相关之外的四格表资料，是表示两二分变量相关程度最常用的一种相关系数。

2、计算公式

$$\varphi = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}} = \frac{|ad - bc|}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}},$$

若χ^2检验显著,则φ系数显著。

11.3.3 列联相关系数(coefficient of contingency)

1、适用资料

属于R×C列联表的资料，要分析所研究的二因素之间的相关程度，就要用列联相关。

2、计算公式

$$C=\sqrt{\frac{\chi^2}{n+\chi^2}}$$

当列联表中的两个变量相互独立时，C＝0，但两个变量完全相关时它不可能达到1。其可能的最大值依耐于列联表的行数和列数，且随着R和C的增大而增大。

11.3.4 V相关系数

1、适用资料

V相关系数是鉴于φ系数无上限、C系数小于1的情况而提出的相关系数。

2、计算公式

$$V = \sqrt{\frac{\chi^2}{n \times \min\left[(R-1),(C-1)\right]}}$$

当两个因素相互独立时，V＝0；

当两个因素完全相关时，V=1。

11.4 列联分析中应注意的问题

11.4.1 列联表中的几个概念

- 行边缘频数
- 列边缘频数
- 条件分布
- 行百分数
- 列百分数
- 总百分数

不同地区 * 原料质量等级 **Crosstabulation**

			□ □ □ □ □ □			Total
			□ □	□ □	□ □	
□ □ □ □	□ □ □	Count	52	64	24	140
		Expected Count	45.4	52.6	42.0	140.0
		% within □ □ □ □	37.1%	45.7%	17.1%	100.0%
		% within □ □ □ □ □ □	32.1%	34.0%	16.0%	28.0%
		% of Total	10.4%	12.8%	4.8%	28.0%
	□ □ □	Count	60	59	52	171
		Expected Count	55.4	64.3	51.3	171.0
		% within □ □ □ □	35.1%	34.5%	30.4%	100.0%
		% within □ □ □ □ □ □	37.0%	31.4%	34.7%	34.2%
		% of Total	12.0%	11.8%	10.4%	34.2%
	□ □ □	Count	50	65	74	189
		Expected Count	61.2	71.1	56.7	189.0
		% within □ □ □ □	26.5%	34.4%	39.2%	100.0%
		% within □ □ □ □ □ □	30.9%	34.6%	49.3%	37.8%
		% of Total	10.0%	13.0%	14.8%	37.8%
Total		Count	162	188	150	500
		Expected Count	162.0	188.0	150.0	500.0
		% within □ □ □ □	32.4%	37.6%	30.0%	100.0%
		% within □ □ □ □ □ □	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%
		% of Total	32.4%	37.6%	30.0%	100.0%

11.4.2 条件百分表的方向

在列联表中，变量X和变量Y的位置可以任意摆放。即可以放在行的位置，也可以放在列的位置。但是，如果二者存在因果关系，一般将自变量X放在列的位置，因变量Y放在行的位置，单元中以自变量方向计算百分数，这样可以更好地表现原因对结果的影响。

价值取向 * 职业 Crosstabulation

			□ □		Total
			□ □ □	□ □ □	
□ □ □ □	□ □ □ □	Count	105	45	150
		% within □ □	72.4%	56.3%	66.7%
	□ □ □ □	Count	40	35	75
		% within □ □	27.6%	43.8%	33.3%
Total		Count	145	80	225
		% within □ □	100.0%	100.0%	100.0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	6.061[b]	1	.014		
Continuity Correction[a]	5.356	1	.021		
Likelihood Ratio	5.970	1	.015		
Fisher's Exact Test				.018	.011
Linear-by-Linear Association	6.034	1	.014		
N of Valid Cases	225				

a. Computed only for a 2x2 table

b. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 26.67.

数据表明：人们的职业不同，工作的价值观有可能不同。与制造业相比，服务业就业人员更注重人情关系。

　　如果因变量在样本内的分布不能代表其在总体内的分布，则不能以自变量的方向计算百分表，否则会得出错误的结论。

例11.9 社会学家想研究家庭状况（自变量）对青少年犯罪（因变量）的影响。该地区有未犯罪记录的青少年10000名，有犯罪记录的青少年150名。如果从未犯罪青少年抽取1％，即100人，则用相同的比例从犯罪的青少年中抽取的样本量只有1.5人。显然无法研究。必须加大对犯罪青少年的抽取比例，比如抽取50％，即75人。数据分布见下表：

青少年行为 * 家庭状况 **Crosstabulation**

Count

		□□□□		Total
		□□□□	□□□□	
□□	□□	38	37	75
□□□	□□□	92	8	100
Total		130	45	175

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	38.330[b]	1	.000		
Continuity Correction[a]	36.197	1	.000		
Likelihood Ratio	39.804	1	.000		
Fisher's Exact Test				.000	.000
Linear-by-Linear Association	38.111	1	.000		
N of Valid Cases	175				

a. Computed only for a 2x2 table

b. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 19.29.

按自变量方向计算百分数：

青少年行为 * 家庭状况 Crosstabulation

% within □ □ □ □

		□ □ □ □		Total
		□ □ □ □	□ □ □ □	
□ □	□ □	29.2%	82.2%	42.9%
□ □ □	□ □ □	70.8%	17.8%	57.1%
Total		100.0%	100.0%	100.0%

在完整家庭接受调查的130人中，犯罪青少年所占的比例是29.2％，将近1／3，这个结果显然是不对的。这是由于抽样扩大了对犯罪青少年抽取的数量造成的。

按因变量方向计算百分数：

家庭状况 * 青少年行为 Crosstabulation

% within □□□□□

		□□□□□		Total
		□□	□□□	
□□	□□□□	50.7%	92.0%	74.3%
□□	□□□□	49.3%	8.0%	25.7%
Total		100.0%	100.0%	100.0%

在未犯罪的青少年中，完整家庭占到92％，而离异家庭仅占到8％；在犯罪的青少年中，完整家庭占50.7％，离异家庭占49.3％。家庭状况对青少年行为的影响得到了比较真实的反映。

11.4.3 卡方分布的期望值准则

- 准则1:如果只有两个单元每个单元的期望值必须是5或5以上;

- 准则2:若有两个以上的单元,如果20%的单元期望频数小于5,则不能应用卡方检验.

下表中有三个单元的期望次数小于5，超过单元数的20％。在本例中，通过仔细观察发现，每个单元的观察值与期望值非常接近，最大的差别只有3，应当说，期望值与观察值拟合得很好，它们之间无显著差异。

但是，χ^2=14.01,

$\chi^2_{0.05}(6)$=12.592,

$\chi^2>\chi^2_{0.05}(6)$, 拒绝H0，结论是期望值与观察值之间存在显著差异。

类别	fi	ei
A	30	32
B	110	113
C	86	87
D	23	24
E	5	2
F	5	4
G	4	1
合计	263	263

如果将某些类别合并，使得$e_i \geq 5$, 该问题就会得到解决。上例中，E,F,G合并，通过计算，$\chi^2 = 7.26$，$\chi^2_{0.05}(4)=9.448$, $\chi^2 < \chi^2_{0.05}(4)$, 接受$H_0$,得出期望值与观察值之间不存在显著差异的结论。

本章结束