第九章 实验设计和方差分析

第一节　方差分析的原理与步骤

- 一、方差分析的含义与基本条件
- 二、平方和的分解与方差分析的基本逻辑
- 三、方差分析的一般步骤

- 一、方差分析的含义与基本条件
- 1. 含义：方差分析（**analysis of variance**，**ANOVA**）就是检验若干个具有相同方差的正态总体的期望（即总体平均数）是否相等的一种假设检验方法。
- 2. 基本条件：正态性
  方差齐性
  独立性

❖二、平方和的分解与方差分析的基本逻辑

❖1.平方和的分解

①基本概念

- 平方和（sum of square），指一组数据中的每个数据与该组数据平均数的离均差平方之和（简称平方和），记为SS。

例如，x_1、x_2、…、x_n，则该组数据的平方和为：

$$SS=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{X})^2$$

❖二、平方和的分解与方差分析的基本逻辑

❖1.平方和的分解

①基本概念

- 总平方和（the sum of squares total），在方差分析中，所有实验数据与总平均数的离均差平方和，记为SS_T。

$$SS_T = \sum_{j=1}^{K}\sum_{i=1}^{n}(y_{ij} - \overline{Y})^2$$

❖二、平方和的分解与方差分析的基本逻辑

❖1.平方和的分解

①基本概念

- 组间平方和（sum of squares between groups），各组平均分与总平均分的加权离均差平方和，记为SS_B。

$$SS_B = n \cdot \sum_{j=1}^{K} (\bar{Y}_j - \bar{Y})^2$$

❖二、平方和的分解与方差分析的基本逻辑

❖1.平方和的分解

①基本概念

- 组内平方和（sum of squares within group），将各组内的实验数据与各组平均数的离均差平方和相加，记为SS_W。

$$SS_w = \sum_{j=1}^{K}\sum_{i=1}^{n}(y_{ij} - \overline{Y}_j)^2$$

❖ 二、平方和的分解与方差分析的基本逻辑

❖ 1.平方和的分解

②平方和分解的证明

离均差的和等于零

$$y_{ij}-\bar{Y}=(y_{ij}-\bar{Y}_j)+(\bar{Y}_j-\bar{Y})$$

$$\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n}(Y_{ij}-\bar{Y})^2=\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n}\left[\left(Y_{ij}-\bar{Y}_j\right)+\left(\bar{Y}-\bar{Y}\right)\right]^2$$

$$=\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n}\left(Y_{ij}-\bar{Y}_j\right)^2+2\cdot\sum_{j=1}^{K}\sum_{i=1}^{n}\boxed{\left(Y_{ij}-\bar{Y}_j\right)}\left(\bar{Y}_j-\bar{Y}\right)+\sum_{j=1}^{K}\sum_{i=1}^{n}\left(\bar{Y}_j-\bar{Y}\right)^2$$

- $SS_T = SS_W + SS_B$

- 二、平方和的分解与方差分析的基本逻辑
- **2.**方差分析的基本逻辑

以问题一“不同反馈类型条件下被试自尊水平 ”为例。

积极反馈组	控制组	消极反馈组
84.0	71.0	59.0
74.0	75.0	64.0
81.0	73.0	62.0
75.0	74.0	69.0
84.0	69.0	75.0
70.0	82.0	67.0

❖ 二、平方和的分解与方差分析的基本逻辑

❖ 2.方差分析的基本逻辑

① 如果$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$为真，且$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2$

$$\Downarrow$$

$\bar{Y}_1$，$\bar{Y}_2$，$\bar{Y}_3$来自平均数、方差相同的同一总体

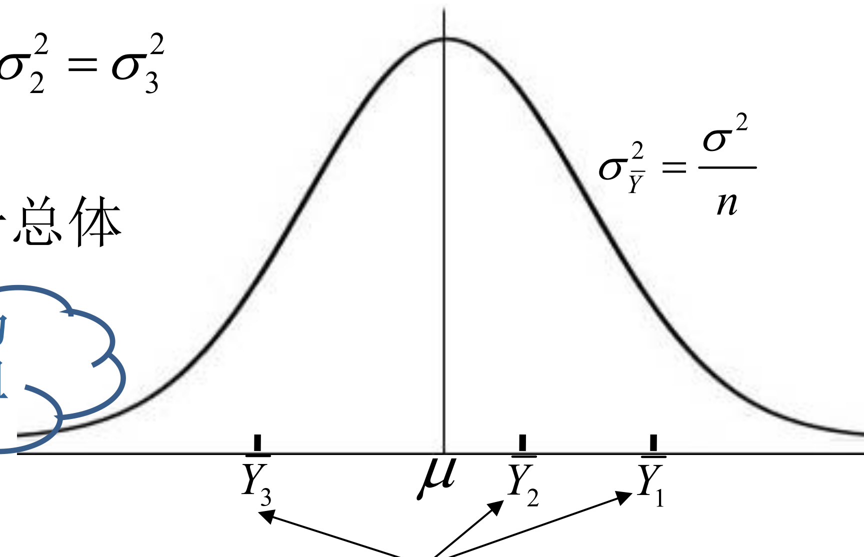
$$\sigma_{\bar{Y}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \Rightarrow \sigma^2 = n \cdot \sigma_{\bar{Y}}^2$$

所得结果称为总体方差的组间估计

$\sigma_{\bar{Y}}^2$可由$S_{\bar{Y}}^2$估计

$$S_{\bar{X}}^2 = \frac{(78-72.67)^2 + (74-72.67)^2 + (66-72.67)^2}{3-1} = 37.33$$

$$\sigma^2 = n \cdot \sigma_{\bar{X}}^2 = 6 \times 37.33 = 224$$



当H_0为真时，因为只有一个抽样分布，所以几个样本均值“比较接近”

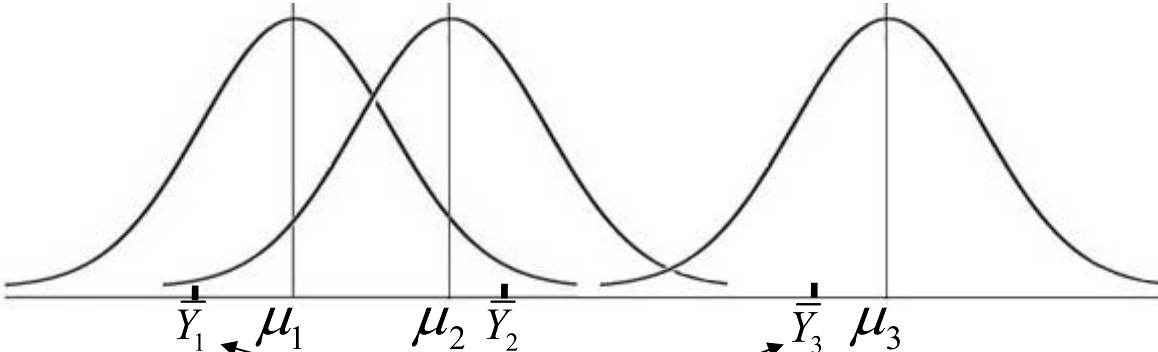
❖ 二、平方和的分解与方差分析的基本逻辑

❖ 2.方差分析的基本逻辑

②如果H_0：$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$为假

$\Downarrow$

$\bar{Y}_1$，$\bar{Y}_2$，$\bar{Y}_3$来自不同的总体，因此必然有三个抽样分布



当为H_0假时，因为几个样本均值来自不同的抽样分布，所以它们不很接近

这时，样本均值不再像H_0为真时那样接近了。所以$S_{\bar{X}}^2$将会变大，从而σ^2的组间估计变大。

❖ 二、平方和的分解与方差分析的基本逻辑

❖ 2.方差分析的基本逻辑

③由方差分析的前提条件：$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2$

$\Downarrow$

$\boxed{\text{每个样本}S^2\text{都给出}\sigma^2\text{一个无偏估计}}$

$\Downarrow$

$\boxed{\text{三个样本}S^2\text{的合成}\sum S_i^2 / k\ \text{可作为}\sigma^2\text{的估计值}}$

所得结果称为总体方差的组内估计

样本容量不等时，应计算加权平均

$$\sigma^2\text{的组内估计值}=\frac{34+20+32}{3}=28.67$$

因为每个样本方差给出的σ^2的估计仅与每个样本内部方差有关，故σ^2的组内估计不受总体均值是否相等的影响。

❖ 二、平方和的分解与方差分析的基本逻辑

❖ 2.方差分析的基本逻辑

④

<table>
<tr><td rowspan="2">H_0：$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ 为真</td><td>σ^2 的组间估计是恰当的</td><td rowspan="2">σ^2组间估计/ σ^2组内估计接近于1</td></tr>
<tr><td>σ^2 的组内估计是恰当的</td></tr>
<tr><td rowspan="2">H_0：$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ 为假</td><td>σ^2 的组间估计偏大</td><td rowspan="2">σ^2 间估计/ σ^2 组内估计会变大</td></tr>
<tr><td>σ^2的组内估计是恰当的</td></tr>
</table>

❖ 二、方差分析的一般步骤（六个步骤）

❖ 1.方差分析前提条件的检验

①正态性。通过峰度、偏度检验， χ2检验、P-P图和Q-Q图检验、非参数检验。

②方差齐性。哈特莱最大F比率检验、柯赫伦最大方差检验、巴特莱特检验

③独立性。考察抽样过程和实验设计 。

❖二、方差分析的一般步骤（六个步骤）

❖2.建立假设

在方差分析过程中，对于不同的统计模型，或模型的不同表达方式，假设形式不同。一般而言，单因素方差分析的假设形式可以是：

$$
\begin{cases}
H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_K \\
H_a : \mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_K \text{不全相等}
\end{cases}
$$

❖二、方差分析的一般步骤（六个步骤）

❖3.计算平方和、自由度、均方及F值（单因素方差分析为例）

❖4.统计决策：$F_{\alpha,(df_1,df_2)}$

❖5.列方差分析表

变异来源	平方和	自由度	均方	F
组间	$SS_B = n \cdot \sum_{j=1}^{K}(\bar{Y}_j - \bar{Y})^2$	$df_B = K-1$	$MS_B = \frac{SS_B}{df_B}$	$F = \frac{MS_B}{MS_W}$
组内	$SS_w = \sum_{j=1}^{K}\sum_{i=1}^{n}(y_{ij} - \bar{Y}_j)^2$	$df_W = n_T - K$	$MS_W = \frac{SS_W}{df_W}$	
总变异	$SS_T = \sum_{j=1}^{K}\sum_{i=1}^{n}(y_{ij} - \bar{Y})^2$	$df_T = n_T - 1$		

❖二、方差分析的一般步骤（六个步骤）

❖6.方差分析*F*检验之后的步骤

- 第一，方差分析的效应大小和统计检验力。
- 第二，平均数的逐对比较。
- 第三，参数估计。也就是根据某处理的样本均值，估计该处理来自的总体的均值。
- 第四，如果是交互作用模型且交互作用显著，则应进行简单效应检验。

第二节 单因素完全随机设计的方差分析

- 一、设计思想与模型
- 二、计算实例
- 三、平均数之间的多重比较
- 四、参数估计

❖一、设计思想与模型

❖ 1. 单因素完全随机设计（Complete randomalized design）方差分析，就是单因素组间设计（one-way between-subjects analysis of Variance），这种实验设计的特点是：

①实验中仅有一个自变量，且有K个水平（处理，$K>2$）

②用随机化的方法将N名被试分配到K组之中

③每个实验组（共K组）被随机地指派接受一种实验处理。

2. 目的：各处理间的水平差异

❖一、设计思想与模型

❖3. 单因素完全随机设计的数据模型：

处理1	处理2	…	处理K
y_{11}	y_{21}	…	y_{K1}
y_{12}	y_{22}	…	y_{K2}
…	…	…	…
y_{1n_1}	y_{1n_2}	…	y_{1n_K}

表中的$n_1,n_2,\ldots,n_k$可能都相等，也可能不全相等。

❖一、设计思想与模型

❖4. 模型的数学表述与检验假设

❖（1）均值模型

$$\begin{cases} y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}\ , \quad i = 1,2,\cdots,K\ , \quad j = 1,2,\cdots,n_i \\ \text{各}\varepsilon_{ij}\text{相互独立，均服从}N(0,\sigma^2)\text{的正态分布} \end{cases}$$

检验假设：$\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_K \\ H_a : \mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_K\text{不全相等} \end{cases}$

❖一、设计思想与模型

❖ 4. 模型的数学表述与检验假设

❖ （2）主效应模型

如果记$\mu=\dfrac{1}{n_T}\sum_{i=1}^{K}n_i\mu_i$，称为一般平均；又记$a_i=\mu_i-\mu$，称其为因子$A$的第$i$水平的效应，$i=1,2,\cdots,K$；并且$\sum_{i=1}^{K}n_i a_i=0$；其中$\mathrm{n}_T=\sum_{i=1}^{K}n_i$；此时，模型可表示为

$$\begin{cases} y_{ij}=\mu+a_i+\varepsilon_{ij}\ , \quad i=1,2,\cdots,K\ , \quad j=1,2,\cdots,n_i \\ \sum_{i=1}^{K}n_i a_i=0 \\ \text{各}\varepsilon_{ij}\text{相互独立，均服从}N(0,\sigma^2)\text{的正态分布} \end{cases}$$

检验假设：
$$\begin{cases} H_0: a_1=a_2=\cdots=a_K=0 \\ H_a: a_1,a_2,\cdots,a_K\text{不全为}0 \end{cases}$$

❖二、计算实例

❖ 1. 模型各实验处理组样本容量相等（等重复）

❖ 例：有人研究了对个人表现的反馈类型对其自尊的影响。让15名被试参加一项知识测验，每组各5名被试。不管被试在测验中的实际表现如何，对积极反馈组，都告诉他们水平很高；对消极反馈组，都告诉他们表现很差；对控制组，不提供任何反馈信息。最后，让所有的被试都参加一个自尊测验，测验总分为100分，得到的分数越高，表明自尊越强。实验结果如下表所示，问不同反馈类型的各组被试的自尊水平是否存在显著差异？

积极反馈组	控制组	消极反馈组
84.0	71.0	59.0
74.0	75.0	64.0
81.0	73.0	62.0
75.0	74.0	69.0
84.0	69.0	75.0
70.0	82.0	67.0

❖ 二、计算实例

❖ 1. 模型各实验处理组样本容量相等（等重复）

积极反馈组	控制组	消极反馈组
84.0	71.0	59.0
74.0	75.0	64.0
81.0	73.0	62.0
75.0	74.0	69.0
84.0	69.0	75.0
70.0	82.0	67.0

六大步骤：

1. 方差分析前提条件的检验
2. 建立假设
3. 计算平方和、自由度、均方及*F*值
4. 统计决策
5. 列方差分析表
6. 方差分析*F*检验之后的步骤

变异来源	平方和	自由度	均方	F
组间	$n\cdot\sum_{j=1}^{K}(\overline{Y}_j-\overline{Y})^2$	$K-1$	SS_B/df_B	MS_B/MS_W
组内	$\sum_{j=1}^{K}\sum_{i=1}^{n}(y_{ij}-\overline{Y}_j)^2$	n_T-K	SS_W/df_W	
总变异	$\sum_{j=1}^{K}\sum_{i=1}^{n}(y_{ij}-\overline{Y})^2$	n_T-1		

- 二、计算实例
- 1. 模型各实验处理组样本容量相等（等重复）

解：（1）方差齐性检验

$$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 \\ H_a: \sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2 \text{不全相等} \end{cases}$$

$$F_{\max} = \frac{S_{\text{最大}}^2}{S_{\text{最小}}^2} = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{34}{20} = 1.7 < F_{\max(.05)(3,5)} = 10.8$$

（2）方差分析

$$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \\ H_a: \mu_1, \mu_2, \mu_3 \text{不全相等} \end{cases}$$

变异来源	平方和	自由度	均方	F
组间	448	2	224	7.814**
组内	430	15	28.67	
总变异	878	17		

二、计算实例

- 2. 各实验处理组样本容量不同（不等重复）

- 例：为了比较四种不同的计算机辅助教学方案，研究人员将学生随机分为四组，每组接受一种计算机辅助教学方案，其他的教学条件均相同。经过两个月的教学，测验成绩如表10-7所示。问这四种不同教学方案对测验成绩是否有显著影响？

	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
	30	50	18	88
	74	38	56	78
	46	66	34	60
	58	62	24	76
	62	44	66	
	38	58	52	
		80		
$\overline{Y}_j$	51.33	56.86	41.67	75.5
S_j^2	266.67	202.48	367.07	134.33

❖ 二、计算实例

❖ 2. 各实验处理组样本容量不同（不等重复）

解：（1）方差齐性检验

$$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2 \\ H_a: \sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2, \sigma_4^2 \text{不全相等} \end{cases}$$

$$c = \frac{1}{3(K-1)}\left(\sum_{i=1}^{K}\frac{1}{n_i-1} - \frac{1}{df_E}\right) + 1$$

$$= \frac{1}{3\times(4-1)}\left(\frac{1}{6-1}+\frac{1}{7-1}+\frac{1}{6-1}+\frac{1}{4-1}-\frac{1}{19}\right)+1 = 1.09$$

$$\chi^2 = \frac{1}{c}\left[df_E \ln MS_E - \sum_{i=1}^{K}(n_i-1)\ln S_i^2\right]$$

$$= \frac{1}{1.09}[19\times\ln 251.92 - 5\times\ln 266.67 + 6\times\ln 202.48 + 5\times\ln 367.07 + 3\times\ln 134.33]$$

$$= 0.94 < X^2_{.05,3} = 7.81$$

❖ 二、计算实例

❖ 2. 各实验处理组样本容量不同（不等重复）

解：（2）方差分析

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 \\ H_a : \mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4 \text{不全相等} \end{cases}$$

变异来源	平方和	自由度	均方	*F*
组间	**2850.30**	**3**	**950.10**	**3.77***
组内	**4768.57**	**19**	**251.92**	
总变异	**7636.87**	**22**		

查F分布表得临界值：$F_{.05,(3,19)} = 3.13$

❖二、计算实例

❖ 3. 利用样本统计量进行方差分析

❖ 例：某研究者研究了五种训练方案对训练成绩的影响，最后测试结果如表所示。问五种训练方案的效果是否存在显著差异？

训练方案	I	II	III	IV	V
样本容量	5	5	5	5	5
样本均值	11.5	14.8	7.6	19.4	18.0
样本方差	22.2	18.6	20.8	19.4	27.5

❖ 二、计算实例

❖ 3. 利用样本统计量进行方差分析

解：（1）方差齐性检验

$$F_{\max}=\frac{S_{最大}^2}{S_{最小}^2}=\frac{S_1^2}{S_2^2}=\frac{27.5}{18.6}=1.48<F_{\max(.05)(4,4)}=20.6$$

（2）方差分析

$$\begin{cases}H_0:\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu_4\\ H_a:\mu_1,\mu_2,\mu_3,\mu_4\text{不全相等}\end{cases}$$

变异来源	平方和	自由度	均方	*F*
组间	542.5	4	135.65	6.25**
组内	434	20	21.7	
总变异	976.5	24		

❖ 三、平均数之间的多重比较

❖ 1. 含义

当因子A效应显著时，只是表明和总体均值不全相等，究竟是哪些均值之间不等，为此，常常需要进一步对一切$i \neq j$同时检验如下假设：

$$\begin{cases} H_0: \mu_i = \mu_j \\ H_a: \mu_i \neq \mu_j \end{cases} \quad i \neq j$$

这个检验称为均值间的多重比较。

- 三、平均数之间的多重比较
- 2. 进行多次t检验代替多重比较的错误

进行均值间的多重比较时，须分别进行C_K^2次检验。如果对K个（K>2）以上的平均数反复进行t检验，在原定临界值t不变的情况下，差异较大的一对平均数犯 α 型错误的概率增大为

$$P_K = 1 - (1-\alpha)^{C_K^2}$$

因此，进行均值间的多重比较必须采用专用的两两比较的方法，而不能用t检验。

❖ 三、平均数之间的多重比较

❖ 3.多重比较的方法

- 多重比较的具体方法有多种。例如：Scheffé检验法、Fisher的最小显著差异法（LSD）、Tukey的可靠显著差异法（HSD）、Newman-Keuls检验法、Duncan的多距检验法、Bonferroni检验法，等等。
- 方法众多说明到目前为止还没有令人信服的方法。
- 方法的选用：一般而言，如果是事先计划好的比较，不论方差分析结果如何，均应进行比较，此时可采用Fisher的LSD检验法或Bonferroni检验法；如果是未计划的多重比较，一般可选择Tukey的HSD检验法，但样本容量不等时，则倾向于选择Scheffé检验法。

❖ 三、平均数之间的多重比较

❖ 4. Fisher的LSD检验法

（1）基本步骤

①建立假设：H_0： $\mu_i = \mu_j$（$i,j=1,2,\cdots,k$）

H_a： $\mu_i \neq \mu_j$

②计算检验统计量 $t = \dfrac{\bar{Y}_i - \bar{Y}_j}{\sqrt{MS_W(\dfrac{1}{n_i} + \dfrac{1}{n_j})}}$

③统计决策

临界值： $t_{\alpha/2, df = n_T - K}$

❖ 三、平均数之间的多重比较

❖ 4. Fisher的LSD检验法

（2）实例：以三种指导语下被试焦虑水平差异的资料为例，请检验三种指导语下的被试测验焦虑水平两两之间是否存在显著差异？

解：
$$\begin{cases} H_0: \mu_i = \mu_j \\ H_a: \mu_i \neq \mu_j \end{cases} \quad i \neq j$$

$$t_{12} = \frac{\overline{Y}_1 - \overline{Y}_2}{\sqrt{MSE(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}} = \frac{78-74}{\sqrt{28.67(\frac{1}{6}+\frac{1}{6})}} = 1.29 \qquad t_{13} = \frac{\overline{Y}_1 - \overline{Y}_3}{\sqrt{MSE(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_3})}} = \frac{78-66}{\sqrt{28.67(\frac{1}{6}+\frac{1}{6})}} = 3.88$$

$$t_{23} = \frac{\overline{Y}_2 - \overline{Y}_3}{\sqrt{MSE(\frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3})}} = \frac{74-66}{\sqrt{28.67(\frac{1}{6}+\frac{1}{6})}} = 2.59$$

临界值：$t_{.05/2, df=18-3} = 2.131$

因为t_{13}和t_{23}均大于2.131，所以认为第1、3组、第2、3组均值之间存在显著差异。而t_{12}小于2.131,所以认为第1、2组均值之间不存在显著差异。

❖ 三、平均数之间的多重比较

❖ 5. Scheffé检验法

（1）基本步骤

①建立假设：H_0：$\mu_i = \mu_j$（$i,j=1,2,\cdots,k$）

H_a：$\mu_i \neq \mu_j$

②计算检验统计量

$$F = \frac{MS_{ij}}{MS_W}, \quad i \neq j$$

式中：$MS_{ij} = SS_{ij} / df_B$

$SS_{ij} = (n_i + n_j)\sigma^2_{\bar{Y}_i,\bar{Y}_j}$

df_B是方差分析中的组间自由度

n_i和n_j分别是要检验的两组的样本容量

$\sigma^2_{\bar{Y}_i,\bar{Y}_j}$是要检验的两个样本均值$\bar{Y}_i$和$\bar{Y}_j$的方差

③统计决策临界值：$F_{\alpha(k-1,N-k)}$——同方差分析之临界值

❖ 三、平均数之间的多重比较

❖ 5. Scheffé检验法

（2）实例：以例10-2的资料为例（数据见表10-7），问这四种方案的教学效果两两之间是否存在显著差异?

解：第I组和第II组均值差异比较

$$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 \\ H_a: \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$

$$SS_{ij} = (n_i + n_j)\sigma^2_{\bar{Y}_i,\bar{Y}_j} = 13 \times 2.7568^2 = 98.80$$

$$MS_{ij} = SS_{ij} / df_B = 98.80 / 3 = 32.93$$

$$F_{12} = MS_{ij} / MS_W = 32.93/251.94 = 0.13$$

$$F_{24} = MS_{ij} / MS_W = 1.17$$

$$F_{34} = 915.58/251.94 = 3.63$$

临界值：$F_{.05,(3,19)} = 3.13$

因为F_{12}和F_{24}均小于3.13，所以认为第I、II组，第II、IV组均值不存在显著差异。F_{34}大于3.13，所以认为第III、IV组均值存在显著差异。

- ## 三、平均数之间的多重比较
- ## 6.在SPSS中进行多重比较

（1）LSD方法的应用示例：以例10-1为例

1.Analyze→Compare Means→One-Way ANOVA

2.Dependent List框：自尊水平得分

3.Factor框：反馈类型

4. Post Hoc…：LSD

5. Continue

6.OK

❖ 三、平均数之间的多重比较

❖ 6.在SPSS中进行多重比较

（1）LSD方法的应用示例：结果解释

(I) 反馈类型	(J) 反馈类型	平均差(I-J)	标准误差	显著水平	95% 置信区间	
					最小值	最大值
积极	控制	4.0000	3.0912	.215	-2.5887	10.5887
	消极	12.0000*	3.0912	.001	5.4113	18.5887
控制	积极	-4.0000	3.0912	.215	-10.5887	2.5887
	消极	8.0000*	3.0912	.021	1.4113	14.5887
消极	积极	-12.0000*	3.0912	.001	-18.5887	-5.4113
	控制	-8.0000*	3.0912	.021	-14.5887	-1.4113

- **三、平均数之间的多重比较**
- **6.在SPSS中进行多重比较**

（2）Scheffé方法的应用示例：以例10-2为例

1.Analyze→Compare Means→One-Way ANOVA

2.Dependent List框：测验成绩

3.Factor框：辅助教学方案

4. Post Hoc…：Scheffé

5. Continue

6.OK

❖ 三、平均数之间的多重比较

❖ 6.在SPSS中进行多重比较

（2）Scheffé方法的应用示例：结果解释

一张结构与LSD方法输出表格完全一样

一张表格寻找同质子集（Homogeneous Subsets）结果表

辅助教学方案	N	Subset for alpha = 0.05	
		1	2
3	6	41.67	
1	6	51.33	51.33
2	7	56.86	56.86
4	4		75.50
显著水平		.488	.130

❖ 三、平均数之间的多重比较

❖ 7.多重比较出现矛盾时的解释

多重比较经常出现例10-2这种模糊的结论，即辅助教学方案1、2与方案3之间差异不显著，与方案4之间差异也不显著，但方案3、4之间却差异显著。

（1）正确解释：两两比较还不能判明方案1、2的样本来自何总体

（2）错误解释：①方案1、2样本所代表的总体水平介于总体3和总体4之间；②方案3与方案1、2之间不存在显著差异，方案1、2和方案4之间无显著差异，所以，方案3与方案4之间也不存在显著差异。

（3）方差分析时拒绝H_0，但方差分析后的两两比较却没有任何两个样本之间存在显著差异。这时下结论应格外谨慎，这可能是统计检验力不够，最好的办法是增加样本容量重新实验。

❖ **四、参数估计**

❖ **1.含义：根据各处理的样本平均数对该样本来自的总体均值进行估计。**

❖ **2.公式：**

$$[\bar{Y}_i - t_{\alpha/2,df_E}\sqrt{MSE/n_i}, \bar{Y}_i + t_{\alpha/2,df_E}\sqrt{MSE/n_i}], \quad i=1,2,\cdots,K$$

$\bar{Y}_i$是要进行参数估计的样本组的平均数；

$t_{\alpha/2,df_E}$是自由度为时，使t分布上侧面积为$\alpha/2$的t值，

其中是方差分析时的组内自由度（即误差自由度）；

MSE是方差分析时的组内均方（即误差均方）；

n_i是要进行参数估计的样本组的样本容量。

- 四、参数估计
- 3.例：求例10-1自尊水平测试得分最高组的1- α ＝.95的置信区间。

解：由表10－1可知，自尊水平测试得分最高组是积极反馈组，

$\bar{Y}_i$=78，$n_i=6$

由对例10－1的求解过程可知，组内均方MSE=28.67，df_E=12，

查附表2"t值表″得，$t_{.05/2,12}=2.179$

因此，置信水平为1-α的μ_i的置信区间为：

$$[\bar{Y}_i - t_{\alpha/2,df_E}\sqrt{MSE/n_i}, \bar{Y}_i + t_{\alpha/2,df_E}\sqrt{MSE/n_i}], \quad i=1,2,\cdots,K$$

$$\left[78-2.179\times\sqrt{\frac{28.67}{6}} < \mu_1 < 78+2.179\times\sqrt{\frac{28.67}{6}}\right]$$

$$[73.24 < \mu_1 < 82.76]$$

第三节 两因素方差分析

- 一、两因素方差分析的数学模型
- 二、效应可加模型的方差分析方法
- 三、交互作用模型的方差分析方法

❖一、两因素方差分析的数学模型

设在实验或观察中有两个因子A和B，假定因子A有p个水平，因子B有q个水平，在因子A取第i水平、因子B取第j水平时（以后简记为条件A_iB_j），因变量服从$N(\mu_{ij},\sigma^2)$的正态分布。记一般平均为

$$\mu=\frac{1}{pq}\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=i}^{q}\mu_{ij}$$ 式中，μ_{ij}是条件A_iB_j下的总体均值。

又记$\mu_{i\cdot}=\frac{1}{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_{ij}$，$\mu_{\cdot j}=\frac{1}{p}\sum_{i=1}^{p}\mu_{ij}$，

则对$i=1,2,\cdots,p$，称$a_i=\mu_{i\cdot}-\mu$为因子A的第i水平的效应，且$\sum_{i=1}^{p}a_i=0$；

对$j=1,2,\cdots,q$，称$b_j=\mu_{\cdot j}-\mu$为因子B的第j水平的效应，且$\sum_{j=1}^{q}b_j=0$.

❖一、两因素方差分析的数学模型

如果对于一切$i=1,2,\cdots,p$和$j=1,2,\cdots,q$，都有$\mu_{ij}=\mu+a_i+b_j$，则此时的模型是效应可加模型。

若对某些i、j存在$\mu_{ij}\neq\mu+a_i+b_j$，则记

$$(ab)_{ij}=\mu_{ij}-\mu-a_i-b_j$$

称此为因子A的第i水平和因子B的第j水平的交互效应，

$i=1,2,\cdots,p,j=1,2,\cdots,q,$

且$\sum_{j=1}^{q}(ab)_{ij}=0,i=1,2,\cdots,p;\sum_{i=1}^{p}(ab)_{ij}=0,j=1,2,\cdots,q$

这时的模型称为有交互作用的模型。

二、效应可加模型的方差分析方法

1.模型

对效应可加模型而言，每种水平组合下（即实验处理A_iB_j）只要进行一次试验即可进行数据分析。若记条件A_iB_j的试验结果为y_{ij}，则此时的模型可以表示为

$$\begin{cases} y_{ij} = \mu + a_i + b_j + \varepsilon_{ij} \\ \sum_{i=1}^{p} a_i = 0\ ,\ \sum_{j=1}^{q} b_j = 0 \qquad\qquad i = 1, 2, \cdots, p;\ j = 1, 2, \cdots, q \\ \text{各}\varepsilon_{ij}\text{相互独立，均服从}N(0, \sigma^2)\text{的正态分布} \end{cases}$$

为了检验所有μ_{ij}是否相等，可以转化为检验如下两个假设：

$$\begin{cases} H_{0A}: a_1 = a_2 = \cdots = a_p = 0 \\ H_{aA}: a_1, a_2, \cdots, a_p\text{不全为}0 \end{cases} \qquad \begin{cases} H_{0B}: b_1 = b_2 = \cdots = b_q = 0 \\ H_{aB}: b_1, b_2, \cdots, b_q\text{不全为}0 \end{cases}$$

❖二、效应可加模型的方差分析方法

1.模型——数据模式

A \ B	B_1	B_2	…	B_j	…	B_q	$\bar{Y}_{i\bullet}$
A_1	y_{11}	y_{12}	…	y_{1j}	…	y_{1q}	$\bar{Y}_{1\bullet}$
A_2	y_{21}	y_{22}	…	y_{2j}	…	y_{2q}	$\bar{Y}_{2\bullet}$
…	…	…	…	…	…	…	…
A_i	y_{i1}	y_{i2}	…	y_{ij}	…	y_{iq}	$\bar{Y}_{i\bullet}$
…	…	…	…	…	…	…	…
A_p	y_{p1}	y_{p2}	…	y_{pj}	…	y_{pq}	$\bar{Y}_{p\bullet}$
$\bar{Y}_{\bullet j}$	$\bar{Y}_{\bullet 1}$	$\bar{Y}_{\bullet 2}$	…	$\bar{Y}_{\bullet j}$	…	$\bar{Y}_{\bullet q}$	$\bar{Y}_{\bullet\bullet} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{q} y_{ij}}{pq}$

❖二、效应可加模型的方差分析方法

2.方差分析

变异来源	平方和	自由度	均方	F
因子 A	SSA	$df_A = p-1$	$MSA = \dfrac{SSA}{df_A}$	$F_A = \dfrac{MSA}{MSE}$
因子 B	SSB	$df_B = q-1$	$MSB = \dfrac{SSB}{df_B}$	$F_B = \dfrac{MSB}{MSE}$
误差 E	SSE	$df_E = df_T - df_A - df_B$	$MSE = \dfrac{SSE}{df_E}$	
总变异 T	SST	$df_T = n_T - 1$		

$$SST = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{q}(y_{ij} - \overline{Y}_{\cdot\cdot})^2 \qquad SSA = q\cdot\sum_{i=1}^{p}(\overline{Y}_{i\cdot} - \overline{Y}_{\cdot\cdot})^2$$

$$SSB = p\cdot\sum_{j=1}^{q}(\overline{Y}_{\cdot j} - \overline{Y}_{\cdot\cdot})^2 \qquad SSE = SST - SSA - SSB$$

拒绝域：$F_A \geq F_{\alpha,(df_A,df_E)}$；$F_B \geq F_{\alpha,(df_B,df_E)}$

❖二、效应可加模型的方差分析方法

2.方差分析——实例

为比较三种教材的效果，某研究者随机抽取了省重点中学、省建设重点中学、市重点中学和普通中学各一所，每所学校随机抽取三个班，每班随机接受一种教材的教学实验。假设其他影响因素得到了较好的控制，经过一段时间的教学后，通过统一考试得到每个班的平均成绩如表所示。问四种教材的教学效果是否一致。

教材 \ 学校	I	II	III	IV	$\bar{Y}_{i\cdot}$
I	82	62	45	47	59
II	98	83	83	55	79.75
III	66	65	55	45	57.75
$\bar{Y}_{\cdot j}$	82	70	61	49	$\bar{Y}_{\cdot\cdot}=65.5$

❖二、效应可加模型的方差分析方法

2.方差分析——实例SPSS过程

1.Analyze→General Lineal Model→Univariate

2.Dependent List框：成绩

3.Fixed Factor框：教材、学校

4.model： （1）选择Custom （第4步是指定无交互效应的模型）

（2）Build Terms下拉列表：Main effects

（3）Model框：教材、学校

（4）Continue

5.Post Hoc： （1）Post Hoc Test For框：教材、学校

（2）☑Scheffe （第5步是为了进行均值的多重比较）

（3）Continue

6.OK

❖二、效应可加模型的方差分析方法

2.方差分析——结果解释

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	2976.500[a]	5	595.300	9.387	.008
Intercept	51483.000	1	51483.000	811.821	.000
教材	1221.500	2	610.750	9.631	.013
学校	1755.000	3	585.000	9.225	.012
Error	380.500	6	63.417		
Total	54840.000	12			
Corrected Total	3357.000	11			

三、交互作用模型的方差分析方法

1.模型

设在每个A_2B_1条件下进行r次试验（$r\geq 2$）。若记A_2B_1条件下的试验结果为y_{ijk}，$k=1,2,\cdots,r$，则模型可表示为

$$\begin{cases} y_{ijk}=\mu+a_i+b_j+(ab)_{ij}+\varepsilon_{ijk} \ , \\ \qquad i=1,2,\cdots,p \ , \ j=1,2,\cdots,q \ , \ k=1,2,\cdots,r \\ \sum_{i=1}^{p}a_i=0 \ , \ \sum_{j=1}^{q}b_j=0 \\ \sum_{i=1}^{p}(ab)_{ij}=0 \ , \ j=1,2,\cdots,q \\ \sum_{j=1}^{q}(ab)_{ij}=0 \ , \ i=1,2,\cdots,p \\ \text{各}\varepsilon_{ijk}\text{相互独立，均服从}N(0,\sigma^2)\text{的正态分布} \end{cases}$$

为了检验所有μ_{ij}是否相等，可以转化为检验如下三个假设：

$$\begin{cases} H_{0A}: a_1=a_2=\cdots=a_p=0 \\ H_{aA}: a_1,a_2,\cdots,a_p\text{不全为}0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_{0B}: b_1=b_2=\cdots=b_q=0 \\ H_{aB}: b_1,b_2,\cdots,b_q\text{不全为}0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_{0A\times B}: \text{所有}(ab)_{ij}=0 \\ H_{aA\times B}: \text{至少有一个}(ab)_{ij}\neq 0 \end{cases}$$

❖三、交互作用模型的方差分析方法

1.模型——数据模式

A \ B	B_1	B_2	…	B_j	…	B_q	
A_1	$\bar{X}_{11\cdot}$	$\bar{X}_{12\cdot}$	…	$\bar{X}_{1j\cdot}$	…	$\bar{X}_{1q\cdot}$	$\bar{X}_{1\cdot\cdot}$
A_2	$\bar{X}_{21\cdot}$	$\bar{X}_{22\cdot}$	…	$\bar{X}_{2j\cdot}$	…	$\bar{X}_{2q\cdot}$	$\bar{X}_{2\cdot\cdot}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
A_i	$\bar{X}_{i1\cdot}$	$\bar{X}_{i2\cdot}$	…	$\boxed{\bar{X}_{ij\cdot}}$	…	$\bar{X}_{iq\cdot}$	$\bar{X}_{i\cdot\cdot}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
A_p	$\bar{X}_{p1\cdot}$	$\bar{X}_{p2\cdot}$	…	$\bar{X}_{pj\cdot}$	…	$\bar{X}_{pq\cdot}$	$\bar{X}_{p\cdot\cdot}$
	$\bar{X}_{\cdot 1\cdot}$	$\bar{X}_{\cdot 2\cdot}$	…	$\bar{X}_{\cdot j\cdot}$	…	$\bar{X}_{\cdot q\cdot}$	$\bar{X}_{\cdot\cdot\cdot}$

因素A：有p个水平；
因素B：有q个水平；
两个因素不同水平的组合，称作处理，共有$p\times q$个处理；
每个处理有r次重复（r≥2），共有数据nT=$r\times p\times q$。

$$x_{ij1}, x_{ij2}, \cdots, x_{ijr}$$

$$\bar{X}_{ij\cdot} = \frac{1}{r}\sum_{k=1}^{r} x_{ijk}$$

三、交互作用模型的方差分析方法

2.方差分析

变异来源	平方和	自由度	均方	F
因子 A	SSA	$df_A = p-1$	$MSA = \dfrac{SSA}{df_A}$	$F_A = \dfrac{MSA}{MSE}$
因子 B	SSB	$df_B = q-1$	$MSB = \dfrac{SSB}{df_B}$	$F_B = \dfrac{MSB}{MSE}$
交互作用 $A\times B$	$SSAB$	$df_{AB} = (p-1)(q-1)$	$MSAB = \dfrac{SSAB}{df_{AB}}$	$F_{AB} = \dfrac{MSAB}{MSE}$
误差 E	SSE	$df_E = pq(r-1)$	$MSE = \dfrac{SSE}{df_E}$	
总变异 T	SST	$df_T = n_T - 1$		

三、交互作用模型的方差分析方法

2.方差分析——平方和分解

$$SST=\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{q}\sum_{k=1}^{r}(y_{ijk}-\overline{Y}_{\cdots})^2$$

$$SSA=qr\cdot\sum_{i=1}^{p}(\overline{Y}_{i\cdot\cdot}-\overline{Y}_{\cdots})^2$$

$$SSB=pr\cdot\sum_{j=1}^{q}(\overline{Y}_{\cdot j\cdot}-\overline{Y}_{\cdots})^2$$

$$SSAB=r\cdot\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{q}(\overline{Y}_{ij\cdot}-\overline{Y}_{i\cdot\cdot}-\overline{Y}_{\cdot j\cdot}+\overline{Y}_{\cdots})^2$$

$$SSE=SST-SSA-SSB-SSAB$$

拒绝域：$F_A\ge F_{\alpha,(df_A,df_E)}$；$F_B\ge F_{\alpha,(df_B,df_E)}$；$F_{AB}\ge F_{\alpha,(df_{AB},df_E)}$

三、交互作用模型的方差分析方法

2.方差分析——实例

有人想研究专业知识对记忆的影响。为此，他让被试记忆象棋棋盘上棋子的位置。被试共20人，一半是象棋新手，很少玩象棋，另一半被试是经验丰富的象棋大师。所有被试都会看到有12个棋子的棋盘。只不过，新手和专家各自有一半人看到的12个棋子，是专业水平比赛到中盘时的棋局；各自的另一半人看到的12个棋子，是人工随机摆放在棋盘上的。实验时，所有被试看棋局图片2分钟，然后移走图片，被试使用真实的棋盘和棋子进行复盘，成绩为被试将棋子正确放到它在棋局中的位置上的个数。实验结果如表10-2所示。请检验专业知识和棋局类型对记忆成绩是否有显著影响，二者是否存在交互作用。

棋局类型 人员类型	I（随机摆放）	II（比赛中盘）
I（新手）	2，4，4，3，4	8，1，2，4，4
II（专家）	1，5，6，3，6	9，9，11，11，11

❖ 三、效应可加模型的方差分析方法

2.方差分析——实例SPSS过程

1.Analyze→General Lineal Model→Univariate

2.Dependent List框：记忆成绩

3.Fixed Factor框：人员、棋局

4.model：（1）选择Full factorial　（这是SPSS默认选项）

（2）Continue

5.OK

❖ 三、效应可加模型的方差分析方法

2.方差分析——结果解释

变异来源	平方和	自由度	均方	*F*
因子*A*(人员)	64.8	1	64.8	18.65**
因子*B*(棋局)	51.2	1	51.2	14.73**
交互作用*A*×*B*	39.2	1	39.2	11.28**
误差*E*	55.6	16	3.475	
总变异*T*	210.8	19		

$$F_{.01,(1,16)} = 8.53$$

❖三、效应可加模型的方差分析方法

3.简单效应分析

（1）**简单效应**（simple effects）是指其他因素水平固定时，某因素不同水平之间的变异。

（2）操作

①绘制简单效应分析图

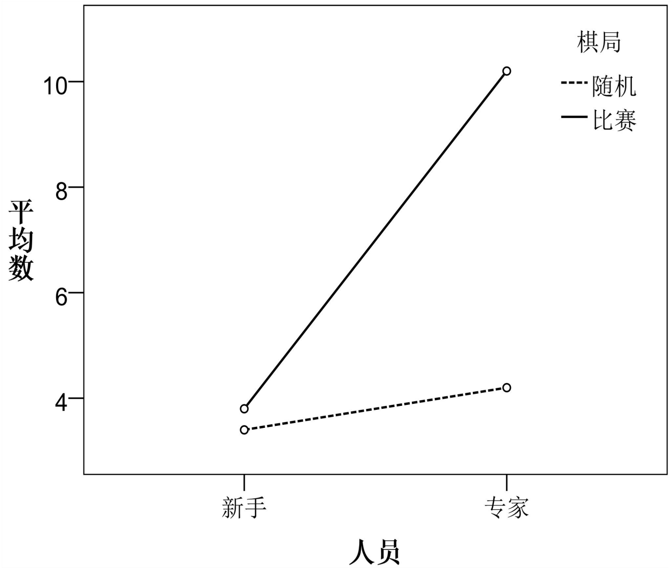
②因素A在因素B各个水平上的简单效应检验

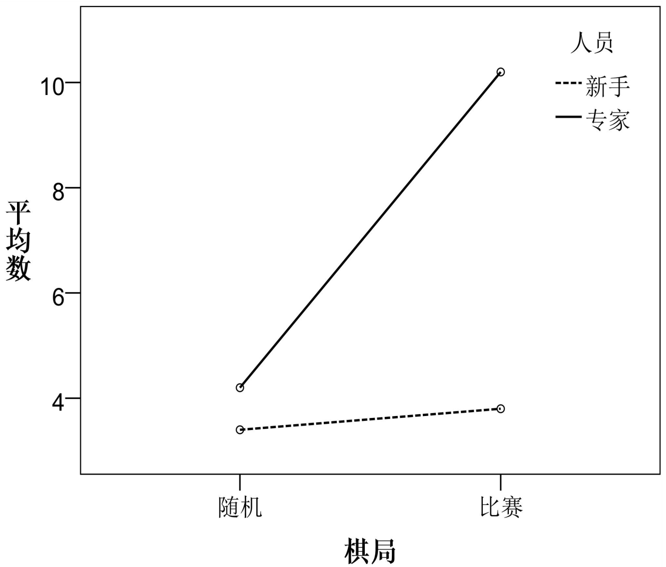
③因素B在因素A各个水平上的简单效应检验

❖三、效应可加模型的方差分析方法

3.简单效应分析——实例

①绘制简单效应分析图





Plots

（1）Horizontal Axis框：人员；Separate Lines框：棋局；Add

（2）Horizontal Axis框：棋局；Separate Lines框：人员；Add

Continue

❖三、效应可加模型的方差分析方法

3.简单效应分析——实例

②因素A在因素B各个水平上的简单效应检验

1.Data→Split File

（1）Group Based on框：棋局

（2）OK

2. Analyse→Compare Means→One-Way ANOVA

（1）Dependent List框：记忆成绩

（2）Factor框：人员

（3）OK

❖三、效应可加模型的方差分析方法

3.简单效应分析——实例

②因素A在因素B各个水平上的简单效应检验

棋局	变异来源	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
随机	Between Groups	1.600	1	1.600	.582	.467
	Within Groups	22.000	8	2.750		
	Total	23.600	9			
比赛	Between Groups	102.400	1	102.400	24.38	.001
	Within Groups	33.600	8	4.200		
	Total	136.000	9			

❖ 三、效应可加模型的方差分析方法

3.简单效应分析——实例

③因素B在因素A各个水平上的简单效应检验

人员	变异来源	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
新手	Between Groups	.400	1	.400	.100	.760
	Within Groups	32.000	8	4.000		
	Total	32.400	9			
专家	Between Groups	90.000	1	90.000	30.51	.001
	Within Groups	23.600	8	2.950		
	Total	113.600	9			

第四节 其他常用模型的方差分析

- 一、随机效应模型的方差分析
- 二、相关样本模型的方差分析
- 三、混合模型的方差分析

❖一、随机效应模型的方差分析

1. 概念

（1）固定效应方差分析（fixed effects analysis of variance）：每个因子的水平是在因子取值范围内预先选定情形下的方差分析。

（2）随机效应方差分析（random effects analysis of variance）：每个因子的水平都是从该因子的总体中随机抽取情形下的方差分析。例如：考虑一个对原料进行批处理操作的情形。当少数原料是从所有批的总体中随机抽出时，“批”可以看作是实验里的一个随机因子。

❖一、随机效应模型的方差分析

2. 实例

有人想知道哪种宣传途径向大学生宣传某流行疾病预防知识的效果更好。为此，他设计了两种宣传方式：召开班会集中讲解和发放材料在宿舍张贴。他随机抽取了四所大学，每所大学随机抽取10个班，接受两种宣传方式的各5个班。假定其他因素得到较好控制，最后考试每个班的平均成绩表10-25所示。问两种宣传方式的效果是否存在差异？四所大学的成绩是否存在差异？

大学 宣传方式	大学I	大学II	大学III	大学IV
集中讲解	80，83，82，85，77	78，82，80，84，77	79，82，83，81，78	80，77，82，84，79
分发材料	74，76，78，77，75	72，76，73，77，73	72，74，76，74，71	78，76，79，81，78

❖一、随机效应模型的方差分析

2. 实例——SPSS操作

1.Analyze→General Lineal Model→Univariate

2.Dependent List框：成绩

3.Fixed Factor(s)框：宣传方式

4.Random(s)框：大学

5.OK（由于SPSS默认的model是Full factorial，因此可以直接按OK键）

❖一、随机效应模型的方差分析

2. 实例——结果解释

表 **Tests of Between-Subjects Effects**

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Intercept	Hypothesis	243828.225	1	243828.225	1.798E4	.000
	Error	40.675	3	13.558[a]		
宣传方式	Hypothesis	265.225	1	265.225	21.346	.019
	Error	37.275	3	12.425[b]		
大学	Hypothesis	40.675	3	13.558	1.091	.472
	Error	37.275	3	12.425[b]		
宣传方式 * 大学	Hypothesis	37.275	3	12.425	2.290	.097
	Error	173.600	32	5.425[c]		

❖二、相关样本模型的方差分析

1. 概念

（1）独立样本设计：每个实验处理下的被试是由不同的被试组构成的，也称为被试间设计或组间设计。模型中的自变量称为被试间变量（Between-Subjects Variable）。

（2）相关样本设计：各种处理条件下的被试是同一组人，使得处理之间存在相关，也称为被试内设计或组内设计。模型中的自变量称为被试内变量（Within-Subjects Variable）。

❖ 二、相关样本模型的方差分析

1. 概念

（2）相关样本设计

①重复测量设计：实验各处理中的被试是同一批被试的一种设计形式。

- 所需的样本量较少
- 排除了个体差异的影响，有利于提高检验精确度和灵敏度
- 可能会产生遗留效应（carry-over effect）

❖二、相关样本模型的方差分析

1. 概念

（2）相关样本设计

①匹配组设计：一般是因为研究者认为被试的某个或某些特征会对研究结果产生影响，于是，对这个或这些特性进行测量，并根据被试的得分对被试进行分组。

- 所随机分组相比，各组间更“同质”
- 匹配特性的测量十分关键

❖二、相关样本模型的方差分析

2. 实例

在一项研究中，研究者随机抽取了五位大学生，让每位大学生接受五次巨大噪声的刺激，同时测量他们的皮肤电位。前四次，噪声之间间隔60秒。在第四次之后，要等上5分钟才会出现噪声刺激。下表是实验的数据。问这一结果是否支持大学生出现了对噪声的适应现象。

测量时间 / *大学生*	I	II	III	IV	V
1	**9.5**	**4.9**	**7.2**	**0.4**	**8.9**
2	**11.1**	**10.4**	**7.2**	**4.7**	**12.3**
3	**8.1**	**6.3**	**3.5**	**0.4**	**8.3**
4	**8.8**	**9.1**	**3.6**	**0.4**	**10.3**
5	**11.0**	**6.5**	**5.2**	**2.4**	**10.5**

❖二、相关样本模型的方差分析

2. 实例——SPSS操作

1.Analyze→General Lineal Model→Repeated Measures

2.Within-Subject Factor Name框：测量时间

3.Number of Levels框：键入5；Add

4.Define：Within-Subjects Variables(测量时间)：time1~time5

5.Options：（1）Display Means For框：测量时间

（2）√ Compare main effects

（3）Continue

6.OK

❖二、相关样本模型的方差分析

2. 实例——结果解释1

Mauchly's Test of Sphericity

Within Subjects Effect	Mauchly's W	Approx. Chi-Square	Df	Sig.	Epsilon[a]	
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt
测量时间	.011	10.994	9	.383	.399	.623

相关样本模型的方差分析结果最主要的有三张表：球形假设的检验、多元分析和被试内效应检验结果。这是球形假设的检验结果。如果球形检验表明资料服从球形假设，则看被试内效应检验结果，如果不服从球形假设，则看多元分析结果。

❖ 二、相关样本模型的方差分析

2. 实例——结果解释2

Multivariate Tests

Effect		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.
测量时间	Pillai's Trace	.994	44.362[a]	4.000	1.000	.112
	Wilks' Lambda	.006	44.362[a]	4.000	1.000	.112
	Hotelling's Trace	177.449	44.362[a]	4.000	1.000	.112
	Roy's Largest Root	177.449	44.362[a]	4.000	1.000	.112

本例的数据服从球形假设，不需要看此表的结果。

❖二、相关样本模型的方差分析

2. 实例——结果解释3

Tests of Within-Subjects Effects

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
测量时间	Sphericity Assumed	239.952	4	59.988	40.920	.000
	Greenhouse-Geisser	239.952	1.597	150.205	40.920	.000
	Huynh-Feldt	239.952	2.492	96.282	40.920	.000
	Lower-bound	239.952	1.000	239.952	40.920	.003
Error(测量时间)	Sphericity Assumed	23.456	16	1.466		
	Greenhouse-Geisser	23.456	6.390	3.671		
	Huynh-Feldt	23.456	9.969	2.353		
	Lower-bound	23.456	4.000	5.864		

本例的数据服从球形假设，应看此表的结果。

三、混合模型的方差分析

1. 概念

- 混合模型方差分析是指方差分析模型中包含被试间变量（Between-Subjects Variable）和被试内变量（Within-subjects Variable）两种类型的自变量。

❖三、混合模型的方差分析

2. 实例

强化对老鼠走迷津行为的影响。

分组	被试	第1天	第2天	第3天	第4天
无强化	1	10	9	10	10
	2	12	12	12	12
	3	9	9	10	12
	4	8	9	8	7
	5	11	11	10	10
有强化	6	12	3	9	3
	7	11	4	4	2
	8	8	7	3	4
	9	9	6	6	5
	10	10	8	10	4

❖三、混合模型的方差分析

2. 实例——SPSS操作

1.Analyze→General Lineal Model→Repeated Measures

2.Within-Subject Factor Name框：天数

3.Number of Levels框：键入4；Add

4.Define：Within-Subjects Variables(天数)：第1天~第4天

5.Options：（1）Display Means For框：天数

（2）√ Compare main effects

（3）Continue

6.OK

❖三、混合模型的方差分析

2. 实例——结果解释1

Mauchly's Test of Sphericity

Within Subjects Effect	Mauchly's W	Approx. Chi-Square	Df	Sig.	Epsilon[a]	
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt
天数	.697	2.426	5	.790	.793	1.000

从上表看，数据服从球形假设，所以，方差分析结果应看被试内效应检验结果，而不是多元方差分析结果。

❖三、混合模型的方差分析

2. 实例——结果解释2

Tests of Within-Subjects Effects

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
天数	Sphericity Assumed	50.875	3	16.958	6.795	.002
	Greenhouse-Geisser	50.875	2.380	21.373	6.795	.004
	Huynh-Feldt	50.875	3.000	16.958	6.795	.002
	Lower-bound	50.875	1.000	50.875	6.795	.031
天数 * 分组	Sphericity Assumed	56.475	3	18.825	7.543	.001
	Greenhouse-Geisser	56.475	2.380	23.725	7.543	.003
	Huynh-Feldt	56.475	3.000	18.825	7.543	.001
	Lower-bound	56.475	1.000	56.475	7.543	.025
Error(天数)	Sphericity Assumed	59.900	24	2.496		
	Greenhouse-Geisser	59.900	19.043	3.146		
	Huynh-Feldt	59.900	24.000	2.496		
	Lower-bound	59.900	8.000	7.488		

❖三、混合模型的方差分析

2. 实例——结果解释

Tests of Between-Subjects Effects

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Intercept	2706.025	1	2706.025	412.347	.000
分组	133.225	1	133.225	20.301	.002
Error	52.500	8	6.563		

谢 谢！